

基于鲁棒协同控制方法的多航天器交会问题

张卓, 张泽旭, 谭浩

(哈尔滨工业大学 深空探测基础研究中心, 哈尔滨 150080)

摘要: 提出一种解决多航天器交会问题的协同控制算法。首先应用图论中邻接矩阵及拉普拉斯矩阵的定义及其相关性质, 描述了多航天器之间的通信拓扑关系; 其次对目标航天器轨道为椭圆形情况下的交会问题进行构建, 并设计了相应的协同控制算法; 最后利用李雅普诺夫函数证明该系统的稳定性, 并且能够保证消耗的能量最优以及最大推力受限。仿真实验表明: 提出的方法可以实现多航天器的协同交会, 验证了该方法的有效性。

关键词: 多航天器交会; 协同控制; 输入受限; 鲁棒控制

中图分类号: V448.2

文献标识码: A

文章编号: 2095-7777(2016)01-0090-07

DOI: 10.15982/j.issn.2095-7777.2016.01.014

引用格式: 张卓, 张泽旭, 谭浩. 基于鲁棒协同控制方法的多航天器交会问题[J]. 深空探测学报, 2016, 3(1): 90–96.

Reference format: Zhang Zhuo, Zhang Zexu, Tan Hao. Robust coordination control for multi-spacecraft rendezvous problems[J]. Journal of Deep Space Exploration. 2016, 3(1): 90–96.

0 引言

航天器编队由一组空间分布且相互绕飞的航天器组成, 编队中各成员航天器在星间信息交互的基础上协同工作以构成一颗虚拟航天器, 以实现大航天器的功能或传统单颗大航天器无法完成的空间任务^[1]。航天器编队飞行在合成孔径雷达、间歇式无源导航、空间光学干涉仪以及三维立体成像等诸多领域有着重要的应用前景^[2-3]。与传统单一大型航天器相比, 多航天器编队飞行无论是在系统鲁棒性、冗余性和可重构性等性能方面, 还是在天基超长基线和虚拟观测平台等功能应用方面都具有无可比拟的优势。因此, 航天器编队的概念一经提出, 就迅速成为航天领域的研究热点和焦点^[4-6]。

在航天器执行深空探测的任务中, 能量消耗及控制输入受限问题也是非常值得关注的重点问题。对于能量以及推进能力非常有限的航天器编队系统, 必须考虑到燃料消耗最优以及控制输入受限的问题, 即控制力的最大值不能够过大, 否则将超出推进器的能力范围。

文献[7]针对航天器之间可能存在的通讯故障现象, 考虑了仅有部分航天器能够获得自身状态信息的情况, 研究了一种基于一致性理论的航天器编队飞行协同控制方法。文献[8]分别研究了多航天器位置及姿

态协同控制问题, 并针对星间通讯拓扑结构微动态的情况, 设计了相应的控制律。张凡(2010)^[9]在研究航天器编队控制及多航天器姿态同步协同控制的过程中进一步考虑了航天器间的碰撞规避问题, 并利用人工势场法解决了该问题。王东哲(2012)^[10]在分析常规航天器编队体系结构的基础上, 提出了一种基于虚拟结构混合式编队体系结构的描述方法, 并设计了航天器绕飞轨道转移小推力鲁棒控制律。更多的研究可参考上述文献中提到的相关成果。值得注意的是, 以上几篇文献在研究多航天器编队协同控制问题中, 均假设主星/目标星的轨道为圆轨道, 而该假设显然具有一定的局限性。

多航天器交会控制实际上是航天器编队控制的一个特例, 编队控制一般要求多个航天器形成一个几何构型, 而在交会中, 这个几何构型就是一个点。本文以多航天器交会控制问题为背景, 利用代数图论和Lyapunov稳定性理论, 设计了多航天器交会协同控制算法, 旨在保证多颗航天器能够交会至目标航天器处。并且针对前述文献假设目标星的轨道为圆轨道的情况, 讨论了目标航天器轨道为椭圆形的情况, 以期多航天器编队提供一种有效的交会控制策略。

1 图论基础

本文将 N 颗编队卫星之间的通讯拓扑结构看作一

个加权有向拓扑图 $G = (V, E)$, 其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 表示节点的集合, 而节点 v_i , $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, 则代表第 i 颗卫星。 $E \subseteq V \times V$ 表示由每两个节点构成的边的集合。无向图 G 的边由一对节点 (v_i, v_j) 表示, 其含义为: 第 i 颗卫星可以通过无线传输的形式从第 j 颗卫星接收信号。而边 (v_i, v_i) 则称为环, 不包含环的拓扑图称为简单图; 含有环的图则称为多重图。在图 G 中, 节点 V_i 到节点 V_j 的路径由一系列边 (v_i, v_{k_1}) , (v_{k_1}, v_{k_2}) , $\dots$, (v_{k_l}, v_j) 来表示。若拓扑图的任意两个节点之间都至少有一条有向路径连接, 则称图 G 为强连通图; 而如果拓扑图的任意两个节点之间都至少有一条无向路径连接, 则称图 G 为弱连通图。

矩阵 $A = [a_{ij}] \in 2R^{N \times N}$ 表示拓扑图 G 的关联矩阵, 其中: 当节点 v_i 上有一个环时, $a_{ii} = 1$, 否则 $a_{ii} = 0$; 如果 $(v_i, v_j) \in E$, 则 $a_{ij} = 1$, 否则为零。矩阵 $L = [l_{ij}] \in 2R^{N \times N}$ 表示图 G 的 Laplacian 矩阵, 其中: $l_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$, $l_{ij} = -a_{ij} (i \neq j)$ 。节点 v_i 的入度(由其他节点指向节点 v_i 的边的个数)和出度(由节点 v_i 指向其他节点的边的个数)分别由 $\deg_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$ 和 $\deg_i^{\text{out}} = \sum_{j=1}^N a_{ji}$ 来表示, 若 $\deg_i^{\text{in}} = \deg_i^{\text{out}}$, 则称图 G 为平衡图。

假设 1. 拓扑图 G 是至少包含一个环的弱连通图, 且图 G 是平衡图。

引理 1^[11]. 对于有向拓扑图 G , 若其是至少包含一个环的弱连通图, 且为平衡图, 则有 $(L + L^T)/2 > 0$ 。

根据引理 1 易知, 存在一个正定参数 σ , 满足 $0 \leq \sigma \leq \lambda_{\min}[(L + L^T)/2]$ 。

2 问题构建及控制器设计

2.1 问题构建

本文的目的是设计适当的控制算法, 使得多个受控卫星与目标卫星实现交会, 如图 1 所示。

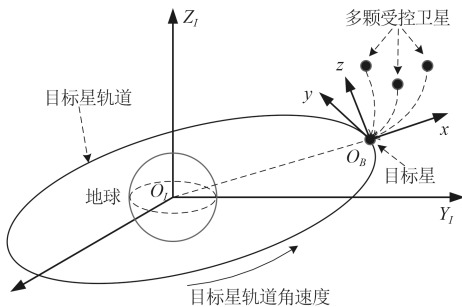


图 1 多航天器交会系统示意图

Fig. 1 Multi-spacecraft rendezvous system

当目标卫星的轨道为椭圆轨道时, 第 i 颗卫星与目标星之间的相对动力学模型为

$$\begin{cases} \ddot{x}_i - 2\omega\dot{y}_i - \dot{\omega}y_i - \omega^2x_i = \frac{2\mu}{r^3}x_i + a_{ix} \\ \ddot{y}_i + 2\omega\dot{x}_i + \dot{\omega}x_i - \omega^2y_i = -\frac{\mu}{r^3}y_i + a_{iy} \quad i = 1, \dots, N \\ \ddot{z}_i = -\frac{\mu}{r^3}z_i + a_{iz} \end{cases} \quad (1)$$

为了便于设计控制器, 我们将式(1)进行适当的整理, 并写成如下所示的状态空间模型

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{X}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

其中

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \omega^2 + \frac{2\mu}{r^3} & \dot{\omega} & 0 & 0 & 2\omega & 0 \\ -\omega & \omega^2 - \frac{\mu}{r^3} & 0 & -2\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu}{r^3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} a_{ix} \\ a_{iy} \\ a_{iz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

可以看出, 当目标星轨道为椭圆轨道时, 状态空间方程(2)的系数矩阵 $\bar{\mathbf{A}}$ 是时变的, 这使得线性矩阵不等式的方法不能适用。因此, 本节将其分割为 $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_0 + \Delta\mathbf{A}(t)$, 各自的表达式为

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3\omega_m^2 & 0 & 0 & 0 & 2\omega_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\omega_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_m^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_m^2\delta_a & -2\omega_m^2e\delta_2 & 0 & 0 & 2\omega_m\delta_1 & 0 \\ 2\omega_m^2e\delta_2 & \omega_m^2\delta_b & 0 & -2\omega_m\delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_m^2\delta_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: $\omega_m = \sqrt{\mu/p^3}$;

$$\delta_1(t) = 2e \cos \theta + e^2 \cos^2 \theta;$$

$$\delta_2(t) = \sin \theta (1 + e \cos \theta)^3;$$

$$\delta_3(t) = 3e \cos \theta + 3e^2 \cos^2 \theta + e^3 \cos^3 \theta;$$

$$\delta_a(t) = 2\delta_1(t) + \delta_1^2(t) + \delta_3(t) - 1;$$

$$\delta_b(t) = 2\delta_1(t) + \delta_1^2(t) - \delta_3(t);$$

p 为半正弦; e 为偏心率; θ 为真近点角。由于真近点角的正余弦值都是有界的, 因此, 变量 δ_1 、 δ_2 、 δ_3 、

δ_a 、 δ_b 均为有界变量。令 $\bar{\delta}_1$ 、 $\bar{\delta}_2$ 、 $\bar{\delta}_3$ 、 $\bar{\delta}_a$ 、 $\bar{\delta}_b$ 分别为5个变量的上/下确界，即 $|\delta_1(t)| \leq \bar{\delta}_1$ 、 $|\delta_2(t)| \leq \bar{\delta}_2$ 、 $|\delta_3(t)| \leq \bar{\delta}_3$ 、 $|\delta_a(t)| \leq \bar{\delta}_a$ 、 $|\delta_b(t)| \leq \bar{\delta}_b$ 。那么时变矩阵 $\Delta A(t)$ 便可以视为有界不确定度，即 $\Delta A(t) = DF(t)E$ ，其中

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2\omega_m \bar{\delta}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega_m \bar{\delta}_1 & 0 \\ \omega_m^2 \bar{\delta}_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\omega_m^2 e \bar{\delta}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\omega_m^2 e \bar{\delta}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_m^2 \bar{\delta}_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_m^2 \bar{\delta}_3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$F(t) = \text{diag}\{\delta_1(t)/\bar{\delta}_1, \delta_1(t)/\bar{\delta}_1, \delta_a(t)/\bar{\delta}_a, \delta_2(t)/\bar{\delta}_2, \delta_2(t)/\bar{\delta}_2, \delta_b(t)/\bar{\delta}_b, \delta_3(t)/\bar{\delta}_3\}$$

因此，系统(2)可转化为 $\dot{X}_i(t) = (A_0 + EF(t)D)X_i(t) + Bu_i(t)$ ，将其写作高阶增广系统有

$$\dot{X}(t) = [I_N \otimes (A_0 + EF(t)D)]X(t) + (I_N \otimes B)u(t) \quad (5)$$

其中 $X(t) = [X_1^T(t) \dots X_N^T(t)]^T$ ； $u(t) = [u_1^T(t) \dots u_N^T(t)]^T$ 。

在本文中，控制器设计的目的是要保证系统(5)渐进稳定，同时还要满足能量消耗及控制力约束，即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0 \quad (6)$$

$$\|u(t)\|_2^2 \leq u_m \quad (7)$$

$$J = \int_0^\infty [u^T(t)(I_N \otimes R)u(t) + X^T(t)(I_N \otimes Q)X(t)]dt \leq \rho \quad (8)$$

2.2 协同控制器设计

为了便于设计控制器，首先给出下面的引理。

引理 2^[12]. 对于对称实矩阵 $\Theta = \Theta^T$ ，实矩阵 $\bar{E}$ 和 $\bar{F}$ ，若存在正定标量 ε 使得

$$\begin{bmatrix} \Theta & \varepsilon \bar{E} & -\bar{F}^T \\ * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (9)$$

则不等式 $\Theta + \bar{E}\sigma(t)\bar{F} + (\bar{E}\sigma(t)\bar{F})^T \leq 0$ 成立。其中，时变矩阵 $\sigma(t)$ 满足： $\sigma^T(t)\sigma(t) \leq I$ 。

设计相应的协同控制算法为

$$u_i(t) = K[\sum_{j=1}^N a_{ij}(X_i(t) - X_j(t)) + a_{ii}X_i(t)] \quad (10)$$

对其进行增广变换有 $u(t) = (L \otimes u)X(t)$ ，将其代入到式(5)中，可以得到如下所示的闭环系统

$$\dot{X}(t) = [I_N \otimes (A_0 + EF(t)D) + L \otimes BK]X(t) \quad (11)$$

下面的定理及推论将给出针对有向星间通讯拓扑图的控制增益矩阵设计方法。

定理 1. 对于闭环系统(11)，给定系统初值 $X(0)$ 、拉普拉斯矩阵 L 和正定参数 u_m ，若存在正定对称阵 $M \in 2R^{6 \times 6}$ 、 $\tilde{Q} \in 2R^{6 \times 6}$ 、 $\tilde{R} \in 2R^{3 \times 3}$ ，以及标量 ε 和 ρ ，使得下面的线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} AM + MA^T - \sigma BB^T & M & (1/2)B & \varepsilon D M E^T \\ * & -\tilde{Q} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -(1/\gamma)\tilde{R} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon I & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -\rho I & X_1^T(0) & X_2^T(0) & \dots & X_N^T(0) \\ * & -M & 0 & \dots & 0 \\ * & * & -M & \dots & 0 \\ * & * & * & \ddots & \vdots \\ * & * & * & * & -M \end{bmatrix} \leq 0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} -M & \sqrt{\rho}B \\ * & -(4/\gamma)u_m I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (14)$$

其中：参数 σ 和 γ 分别满足 $0 \leq \sigma \leq \lambda_{\min}[(L + L^T)/2]$ 、 $\gamma \geq \lambda_{\max}(L^T L)$ 。则闭环系统(11)能够渐进稳定，且满足输入受限条件以及能量受限条件，即式(6)~式(8)成立。此外，控制增益矩阵 $K = -(1/2)B^T M^{-1}$ 。

证：根据引理1，当不等式(12)成立时，有

$$\begin{bmatrix} AM + MA^T - \sigma BB^T & M & (1/2)B \\ * & -\tilde{Q} & 0 \\ * & * & -(1/\gamma)\tilde{R} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F(t) [EM \quad 0 \quad 0] + \begin{bmatrix} ME^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F^T(t) [D^T \quad 0 \quad 0] \leq 0 \quad (15)$$

整理后可得

$$\begin{bmatrix} (A + \Delta A)M + M(A + \Delta A)^T & M & (1/2)B \\ -\sigma BB^T & * & * \\ * & -\tilde{Q} & 0 \\ * & * & -(1/\gamma)\tilde{R} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (16)$$

对式(16)两边同时乘以矩阵 $\text{diag}\{M^{-1}, I, I\}$ 有

$$\begin{bmatrix} M^{-1}(A + \Delta A) \\ + (A + \Delta A)^T M^{-1} & I & (1/2)M^{-1}B \\ -\sigma M^{-1}BB^T M^{-1} \\ * & -\tilde{Q} & 0 \\ * & * & -(1/\gamma)\tilde{R} \end{bmatrix} \leq 0 \quad (17)$$

二次应用Schur补引理有

$$M^{-1}(A + \Delta A) + (A + \Delta A)^T M^{-1} - \sigma M^{-1}BB^T M^{-1} + (\gamma/4)M^{-1}B\tilde{R}^{-1}B^T M^{-1} + \tilde{Q}^{-1} \leq 0 \quad (18)$$

令 $M^{-1} = P$ 、 $\tilde{R}^{-1} = R$ 、 $\tilde{Q}^{-1} = Q$ ，则不等式(18)可化为

$$P(A + \Delta A) + (A + \Delta A)^T P - \sigma PBB^T P + Q + \gamma K^T R K \leq 0 \quad (19)$$

对于系统(11)，取Lyapunov函数为 $V(t) = X^T(t)(I_N \otimes P)X(t)$ ，对Lyapunov函数求导，再根据(19)有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= X^T(t)\{I_N \otimes [(A + \Delta A)^T P + P(A + \Delta A)] \\ &\quad + L \otimes PBK + L^T \otimes K^T B^T P\}X(t) \\ &= X^T(t)\{I_N \otimes [(A + \Delta A)^T P + P(A + \Delta A)] \\ &\quad - [(L + L^T)/2] \otimes PBB^T P\}X(t) \\ &\leq X^T(t)\{I_N \otimes [(A + \Delta A)^T P + P(A + \Delta A)] \\ &\quad - \sigma PBB^T P\}X(t) \\ &\leq -X^T(t)[I_N \otimes (Q + \gamma K^T R K)]X(t) \leq 0 \quad (20) \end{aligned}$$

当且仅当 $X(t) = 0$ 时上面不等式中的等号成立，当 $X(t) = 0$ 时容易得知 $\dot{V}(t) = 0$ ，也就意味着 $X(t) = 0$ 。而对于任意的非零向量 $X(t)$ ，均有 $\dot{V}(t) \leq 0$ 。因此，闭环系统(11)是渐进稳定的。能量消耗函数为

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty [u^T(t)(I_N \otimes R)u(t) + X^T(t)(I_N \otimes Q)X(t)]dt \\ &\leq \int_0^\infty [X^T(t)(I_N \otimes \gamma K^T R K)X(t) \\ &\quad + X^T(t)(I_N \otimes Q)X(t)]dt \\ &\leq - \int_0^\infty X^T(t)\{I_N \otimes [P(A + \Delta A) + (A + \Delta A)^T P \\ &\quad - \sigma PBB^T P]\}X(t)dt \\ &\leq - \int_0^\infty \dot{V}(t)dt \leq X^T(0)(I_N \otimes P)X(0) \quad (21) \end{aligned}$$

再根据不等式(13)可得 $J \leq X^T(0)(I_N \otimes P)X(0) \leq \rho$ ，即不等式(8)成立。

应用Schur补引理，并通过一系列转化，不等式(14)等价于 $(1/u_m)(\gamma I_N \otimes K^T K) \leq (1/\rho)(I_N \otimes P)$ ，又因为 $\gamma \geq \lambda_{\max}(L^T L)$ ，则有 $(1/u_m)(L^T L \otimes K^T K) \leq (1/u_m)(\gamma I_N \otimes K^T K) \leq (1/\rho)(I_N \otimes P)$ 。因此有 $(1/u_m)X^T(t)(L^T \otimes K^T)(L \otimes K)X(t) \leq (1/\rho)X^T(t)(I_N \otimes P)X(t)$ ，即

$$(1/u_m)u^T(t)u(t) \leq (1/\rho)X^T(t)(I_N \otimes P)X(t) \quad (22)$$

又由于Lyapunov函数的导数 $\dot{V}(t) \leq 0$ ，则有 $V(t) \leq V(0)$ ，即 $X^T(t)(I_N \otimes P)X(t) \leq X^T(0)(I_N \otimes P)X(0)$ 。而从式(21)中可知 $X^T(0)(I_N \otimes P)X(0) \leq \rho$ ，因此有 $X^T(t)(I_N \otimes P)X(t) \leq \rho$ 。再根据式(22)可得 $u^T(t)u(t) \leq u_m$ ，即 $\|u(t)\|_2^2 \leq u_m$ ，从而使得式(7)成立。证毕。

注1. 根据定理1，利用MATLAB中的LMI工具包，可以对标量 ρ 进行优化(最小化)，也就是在式(12)~式(14)有可行解的前提下，求出最小的 ρ 值。从而可以得到能够保证能量消耗最优的控制律。

3 仿真算例

取地球引力常数 $\mu = 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ 、目标星轨道长半轴长 $a = 8.5 \times 10^6 \text{ m}$ 、偏心率 $e = 2$ 。因此，目标星轨道半正交弦长 $p = a(1 - e^2) = 8.16 \times 10^6 \text{ m}$ ，参数 $\omega_m = \sqrt{\mu/p^3} = 8.5651 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$ 。不确定系数将分别为

$$\begin{aligned} \delta_1(t) &= 0.4 \cos \theta + 0.04 \cos^2 \theta; \\ \delta_2(t) &= \sin \theta (1 + 0.2 \cos \theta)^3; \\ \delta_3(t) &= 0.6 \cos \theta + 0.12 \cos^2 \theta + 0.008 \cos^3 \theta; \\ \delta_a(t) &= 2\delta_1(t) + \delta_1^2(t) + \delta_3(t) - 1; \\ \delta_b(t) &= 2\delta_1(t) + \delta_1^2(t) - \delta_3(t). \end{aligned}$$

因此时变参数的上界可分别取为： $\bar{\delta}_1 = 0.44$ 、 $\bar{\delta}_2 = 1.157$ 、 $\bar{\delta}_3 = 0.728$ 、 $\bar{\delta}_a = 2.078$ 、 $\bar{\delta}_b = 0.346$ 。考虑编队卫星系统中有4颗卫星，4颗卫星的初值分别为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ y_1(0) \\ z_1(0) \\ \dot{x}_1(0) \\ \dot{y}_1(0) \\ \dot{z}_1(0) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x_2(0) \\ y_2(0) \\ z_2(0) \\ \dot{x}_2(0) \\ \dot{y}_2(0) \\ \dot{z}_2(0) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1000 \\ -1000 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} x_3(0) \\ y_3(0) \\ z_3(0) \\ \dot{x}_3(0) \\ \dot{y}_3(0) \\ \dot{z}_3(0) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1000 \\ 1000 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x_4(0) \\ y_4(0) \\ z_4(0) \\ \dot{x}_4(0) \\ \dot{y}_4(0) \\ \dot{z}_4(0) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1000 \\ -1000 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4颗卫星之间的通讯拓扑结构如图2所示。

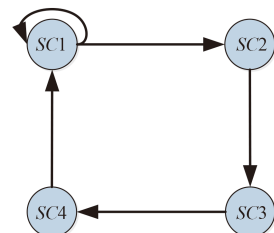


图2 星间通讯拓扑

Fig. 2 Communication topology among spacecraft

相应矩阵的特征值为

$\lambda[(L + L^T)/2] = \{0.1454, 1.0000, 1.4030, 2.4516\}$,
 $\lambda(L^T L) = \{0.0304, 1.8560, 2.8212, 6.2925\}$,
 则可取 $\sigma = 0.1454$ 、 $\gamma = 6.2925$ 。再取参数 $u_m = 1$, 则可计算出最优能耗参数 $\rho_{\min} = 8.03$, 控制增益矩阵

$$K = \begin{bmatrix} -6.757 & 1.678 & 0 & -264.9 & -46.69 & 0 \\ -1.845 & -5.297 & 0 & -46.69 & -242.7 & 0 \\ 0 & 0 & -20.65 & 0 & 0 & -3.929 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$$

根据控制增益矩阵和卫星的各组参数, 可以得到如下所示的几组相关曲线。

从图3中可以直观地看出: 4颗受控卫星均能够从各自的初始位置最终实现与目标航天器的交会。从图4可以看出: 4颗受控卫星相对于目标星之间的相对位置误差曲线均能够在大约3 000 s内收敛至零附近, 且最终的收敛误差值最大值(绝对值)不超过3 cm。从图5中可以看出: 受控卫星受到的控制输入(加速度)在三轴上的分量最大值(绝对值)均不超过0.3 N, 完全在可以接受的范围之内。由此可知, 本文设计出的针对多航天器交会任务的协同控制算法可行, 且效果较好。

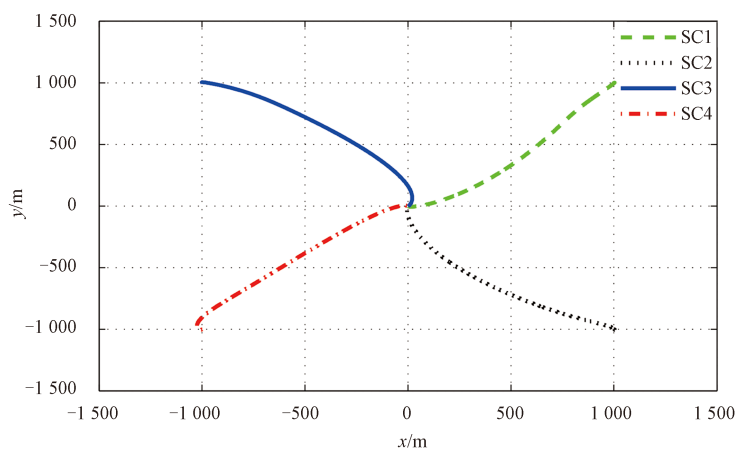


图3 相对运动轨迹在x-y平面内的投影

Fig. 3 相对运动轨迹在x-y平面内的投影

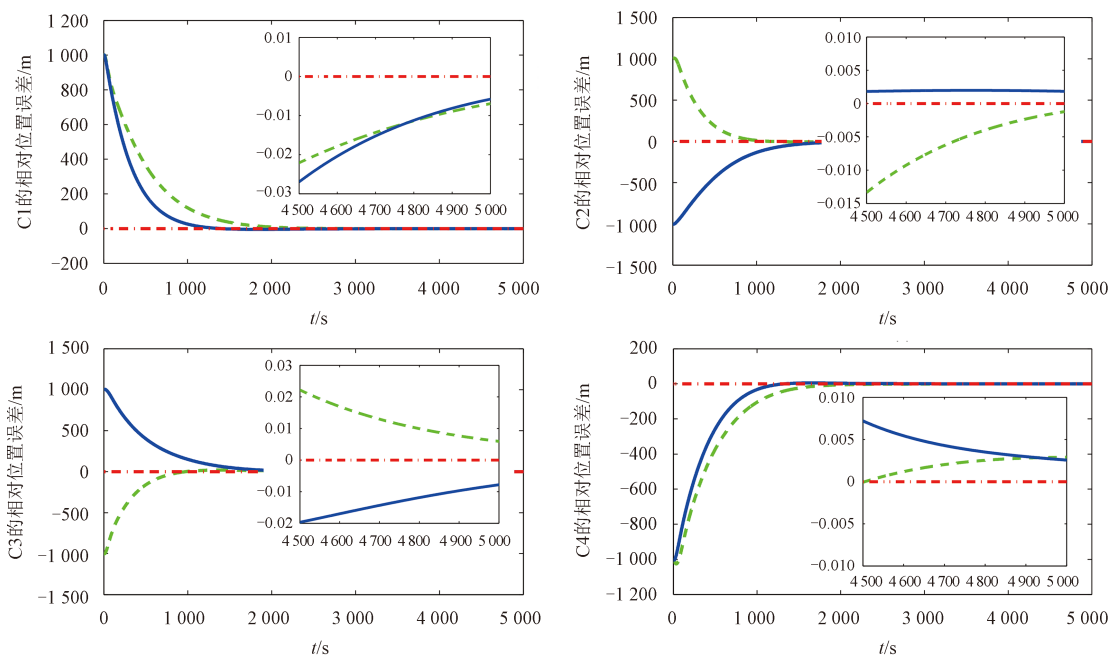


图4 4颗卫星的位置误差曲线

Fig. 4 Position errors of four spacecraft

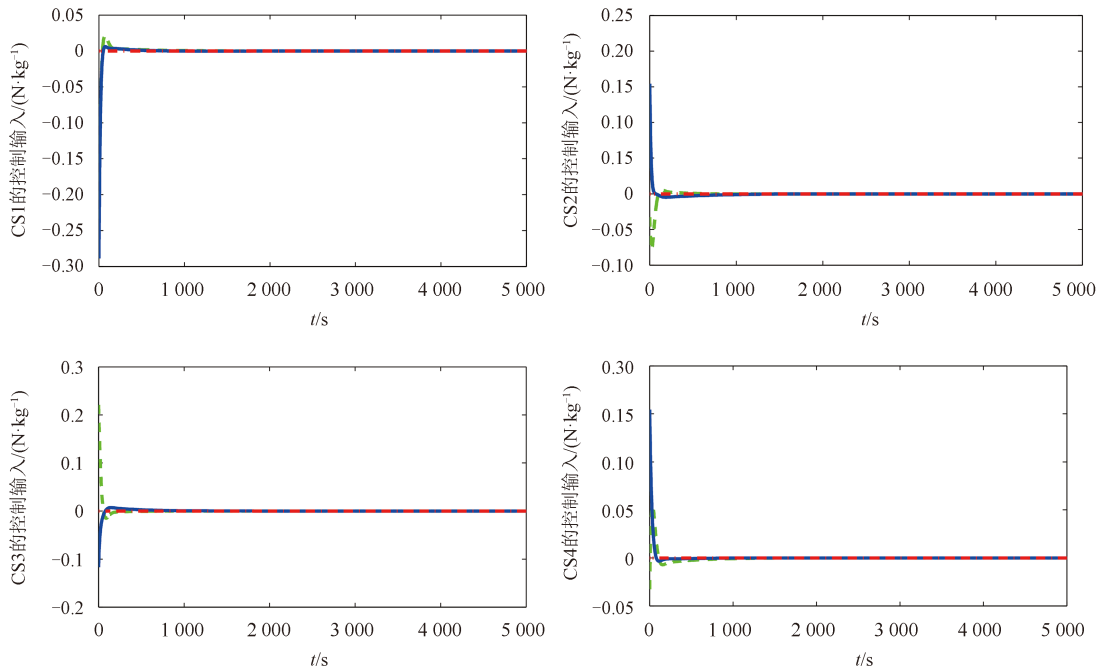


图5 4颗卫星的控制输入曲线

Fig. 5 Control input of four spacecraft

4 结论

本文在有向星间通讯拓扑的基础上,提出了一种基于控制输入受限的相对状态反馈的多航天器交会协同控制算法,研究了多航天器交会问题,讨论了目标星轨道为椭圆形的情况,利用代数图论和Lyapunov稳定性理论分析了系统的稳定性,并应用线性矩阵不等式(LMIs)的方法设计了协同控制算法。最后进行了数值仿真验证,结果表明:所设计的控制算法能以较小的控制力保证多个航天器交会至目标星处。

参考文献

- [1] Goh S, Zekavat S, Abdelkhalik O. LEO satellite formation for SSP: energy and doppleralanalysis[J]. Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on, 2015, 51(1): 18–30.
- [2] Zhang B Q, Song S M, Zheng Z, et al. Distributed coordinated formation control of multiple spacecraft with and without velocity measurements[C]//Control Conference (CCC). Chinese:IEEE, 2012: 6105–6111.
- [3] 张育林, 曾国强, 王兆魁, 等. 分布式卫星系统理论及应用[M]. 北京:科学出版社, 2008.
Zhang Y L, Zeng G Q, Wang Z K, et al. The distributed satellite system theory and application[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [4] Min H, Haiping C, Guoqiang Z. Cyclic pursuit control for fractionated spacecraft formation reconfiguration using local information only[C]//Control and Decision Conference (CCDC). Chinese:IEEE, 2012: 1437–1441.
- [5] Lee D, Viswanathan S P, Holguin L, et al. Decentralized guidance and control for spacecraft formation flying using virtual leader configuration[C]//American Control Conference (ACC). American: IEEE, 2013: 4826–4831.
- [6] Dai R, Maximo J, Mesbahi M. Formation of connected networks for fractionated spacecraft[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. [S. l.]: AIAA, 2012: 5047.
- [7] 田静, 程月华, 姜斌, 等. 有限通信情况下的航天器编队协同控制研究[J]. 航天控制, 2014, 32(4): 75–85.
Tian J, Cheng Y H, Jiang B, et al. Reserch on control of spacecraft formation under limited information-exchange[J]. Aerospace Control, 2014, 32(4): 75–85.
- [8] 毕鹏, 罗建军, 张博. 一种基于一致性理论的航天器编队飞行协同控制方法[J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 70–74.
Bi P, Luo J J, Zhang B. Cooperate control algorithm for spacecraft formation flying based on consensus theory[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(1): 70–74.
- [9] 张凡. 基于一致性理论的航天器编队协同控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
Zhang F. Cooperate control algorithm for spacecraft formation flying based on consensus theory[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010.
- [10] 王东哲. 航天器编队体系结构及控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2012.
Wang D Z. Research on architecture and control method of spacecraft formation[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012.
- [11] Qin, J, Yu, C, Gao, H. Coordination for linear multiagent systems with dynamic interaction topology in the leader-following framework[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(5): 2412–2422.
- [12] Zhang Z, Zhang Z, Zhang H. Finite-time stability analysis and

stabilization for uncertain continuous-time system with time-varying delay[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(3): 1296–1317.

作者简介:

张卓(1988–), 男, 博士研究生。主要研究方向: 多智能体协同控制, 航天器编队控制。

通信地址: 哈尔滨工业大学科学园深空探测实验楼 3030信箱 (150001)

电话: (0451)86418320

E-mail: zhangzhuo313@gmail.com

Robust Coordination Control for Multi-Spacecraft Rendezvous Problems

ZHANG Zhuo, ZHANG Zexu, TAN Hao

(Deep Space Exploration Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: This paper proposes a coordination controller for the multi-spacecraft rendezvous problems. The communication topology among multiple spacecraft is firstly described with the help of adjacency matrix properties by using the graph theory. Then the problem of multi-spacecraft rendezvous under the case that the orbit of target spacecraft is ellipse has been described, and the coordination controller is designed. Finally, the stability of system has been proved by applying the Lyapunov function method, further, the energy cost is optimized and the maximum control force is constrained. The simulation example illustrates the effectiveness of the theoretical results and shows that the proposed coordination controller can achieve the multi-spacecraft rendezvous.

Key words: multi-spacecraft rendezvous; coordination control; input constrain; robust control

[责任编辑: 杨晓燕]