

# 地月转移自由返回轨道偏差传播分析

彭祺擘<sup>1</sup>, 贺波勇<sup>2</sup>, 张海联<sup>1</sup>

(1. 载人航天总体研究论证中心, 北京 100094; 2. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 长沙 410073)

**摘要:** 地月转移自由返回轨道的稳定性分析对载人登月任务轨道设计及中途修正策略规划有着重要意义。本文在地月会合坐标系下, 推导了地月转移自由返回轨道的偏差传递方程, 并基于标称轨道数据和解析方法, 得到了轨道偏差随时间的扩散规律。研究结果表明: 轨道偏差会随着时间推移逐渐增大, 特别是在绕月飞行后, 偏差量迅速增加, 偏差累积将使飞行器无法返回地球。因此, 工程实际中不存在严格意义上的自由返回轨道, 飞行器在地月飞行过程中必须要进行中途修正。

**关键词:** 载人登月; 自由返回轨道; 偏差传播; 中途修正

**中图分类号:** V412

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2095-7777(2016)01-0056-05

**DOI:** 10.15982/j.issn.2095-7777.2016.01.009

**引用格式:** 彭祺擘, 贺波勇, 张海联. 地月转移自由返回轨道偏差传播分析[J]. 深空探测学报, 2016, 3(1): 56–60.

**Reference format:** Peng Q B, He B Y, Zhang H L. Analysis of deviation propagation for translunar free return orbit[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2016, 3(1): 56–60.

## 0 引言

月球是地球唯一的天然卫星, 也是人类实现星际航行宏愿的最佳首选目标, 是载人航天事业发展不可逾越的任务。美国在1969年用Apollo-11飞船首次将航天员送上了月球。苏联也在1964年8月3日提出了N1-L3载人登月计划, 但由于N1火箭几次发射失败, 该计划以失败告终。21世纪以来, 世界范围内掀起了月球探测的第二轮热潮。以美国、俄罗斯和欧空局为首的世界航天强国或组织, 先后提出了自己未来20~40年的探月计划, 不约而同地将载人登月作为载人航天的发展目标。

与无人月球探测不同, 保证航天员安全是载人登月的基本要求, 因此自由返回轨道常被作为载人地月转移的主要方式。自由返回轨道是指登月飞行器在不进行环月制动时, 可以不需要轨道机动就能返回地球的地月转移轨道, 它是在地月转移过程中推力系统失效情况下飞行器所能安全返回地球的最省能量轨道, 因此具有很高的安全特性<sup>[1]</sup>。

根据地月转移飞行路径不同, 自由返回轨道可分为地心顺行绕月、地心逆行绕月、地心顺行非绕月和地心逆行非绕月自由返回轨道4类<sup>[2]</sup>。地心顺行轨道是指登月飞行器从地球停泊轨道出发时的速度方向与地

球自转方向一致, 逆行轨道则表示相反; 绕月轨道是指地月转移轨道的近月点在月球背面, 即飞行器绕过月球背面后返回地球, 非绕月轨道则是指近月点在月球正面, 即飞行器从月球正面利用月球引力转向后返回地球。4种类型轨道在近月点时刻地心白道系下的飞行轨迹如图1所示<sup>[3]</sup>。地心逆行轨道出发速度方向与地球自转速度方向相反, 运载能力损失较大, 工程中一般不采用; 地心顺行月心顺行轨道回程到达月球, 飞行时间长, 不适宜载人登月等快速任务。只有地心顺行月心逆行轨道能满足快速到达月球的时间要求, Apollo-8、Apollo-10、Apollo-11、Apollo-12都采用了这种自由返回轨道, 此外, 这种自由返回轨道还用在应急任务的轨道重构中, 如Apollo-13发生故障后, 直接加速进入自由返回轨道, 安全返回地球<sup>[4-5]</sup>。通常在研究载人登月转移轨道时, 默认自由返回轨道为地心顺行月心逆行方式。

## 1 动力学模型

高精度动力学模型数值积分法是目前公认的精确定轨道计算方法。载人登月飞船虽然始终受到其他摄动力作用, 但大部分时段内地球引力占主要作用。一般将地月转移轨道高精度动力学模型建立在地球J2000坐

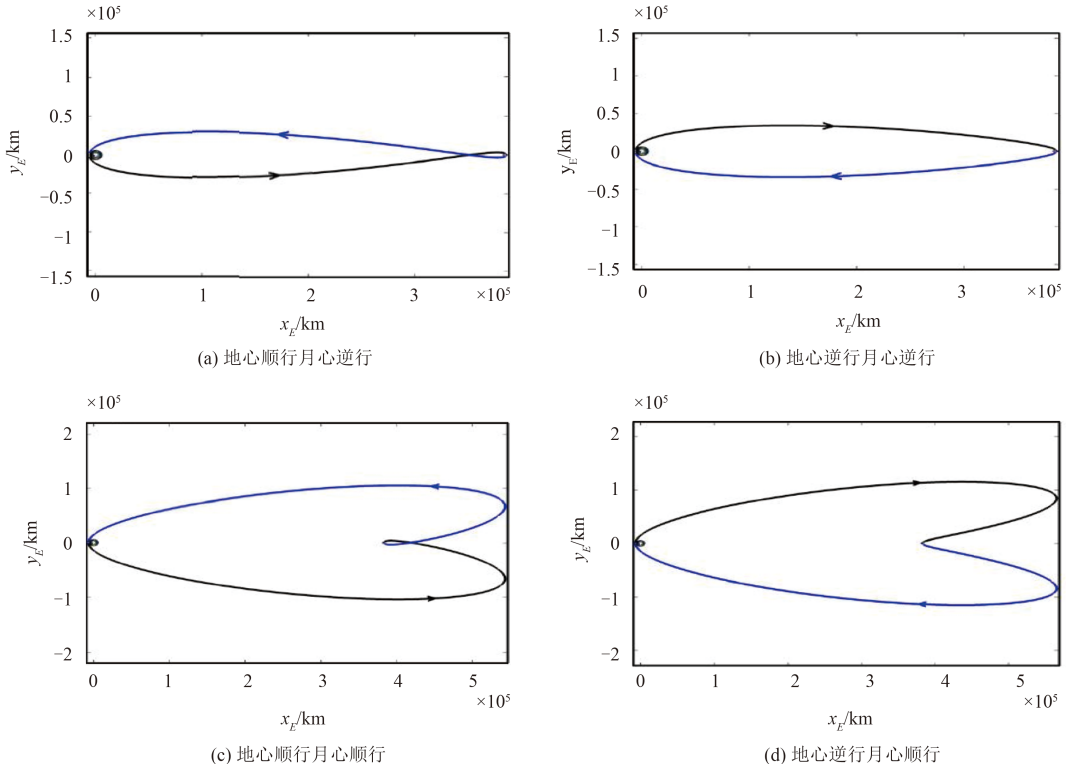


图 1 地月自由返回轨道类型

Fig. 1 Modes of the free return orbit

标系中，只有飞船进入月球影响球后才使用月心坐标系参数描述飞船轨道。地心J2000坐标系中高精度动力学模型为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu_E \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{A}_N + \mathbf{A}_{NSE} + \mathbf{A}_{NSM} + \mathbf{A}_R + \mathbf{A}_D + \mathbf{A}_P \quad (1)$$

其中： $-\mu_E \frac{\mathbf{r}}{r^3}$ 为地球的中心引力； $\mathbf{A}_N$ 为N体引力摄动加速度； $\mathbf{A}_{NSE}$ 为地球非球形摄动加速度； $\mathbf{A}_{NSM}$ 为月球非球形摄动加速度； $\mathbf{A}_R$ 为太阳光压摄动加速度； $\mathbf{A}_D$ 为大气阻力摄动加速度； $\mathbf{A}_P$ 为推力加速度。文献[6]给出了各项复杂的计算方法。

贺波勇等(2013)<sup>[7]</sup>在研究载人登月转移轨道偏差传播机理时，在地心J2000坐标系中，利用上述变系数微分方程组，采用偏差轨道与标称轨道做差，Taylor一阶展开累积连乘方式分析了各个摄动力项对偏差传播的影响，初步得出设计变量在强约束范围内，转移轨道稳健性定量描述特性。这种方法虽然能基于标称轨道数据分析偏差传播机理，获得的偏差传播矩阵与数值积分结果吻合，但基于地心J2000坐标系的偏差分析结果很难揭示载人登月转移轨道偏差传播特性。本文引入会合坐标系，类似地得到会合坐标系中偏差传播方程，并以o-xy平面内一条自由返回轨道分析了偏差传播特性。

考虑飞船在地月系运动主要受地月中心引力作

用，通常在会合坐标系中研究飞行轨道特性。定义会合坐标系原点为地月系质心，ox轴指向月心，oz轴指向月球相对原点的角动量方向，oy轴与其构成右手系，如图2所示<sup>[8]</sup>。

已知某时刻地月空间位置运动关系，即可通过下式将会合坐标系中位置速度转化到地心J2000坐标系

$$\mathbf{r}_E^J = \mathbf{M}_{RE} \cdot [\mathbf{r} - \mathbf{R}_E] \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_E^J = \dot{\mathbf{M}}_{RE} \cdot [\mathbf{r} - \mathbf{R}_E] + \mathbf{M}_{RE} \cdot [\mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_E] \quad (3)$$

$$\mathbf{M}_{RE} = \mathbf{R}_z(-\omega_L) \mathbf{R}_x(-i_L) \mathbf{R}_z(-u_L) \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{M}}_{RE} = \mathbf{M}_{RE} \boldsymbol{\Omega} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

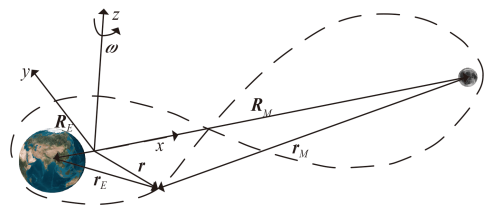


图 2 会合坐标系示意图

Fig. 2 Schematic figure of the synodic coordinate system

其中:  $\mathbf{r}_E^J$  和  $\mathbf{v}_E^J$  分别表示地心J2000坐标系中飞船位置速度;  $\mathbf{r}$  和  $\mathbf{v}$  分别表示会合坐标系中飞船位置速度;  $\boldsymbol{\omega}$  为惯性系中会合坐标系旋转角速度;  $\mathbf{R}_x(\theta)$  和  $\mathbf{R}_z(\theta)$  分别表示绕x轴和z轴旋转 $\theta$ 角的坐标旋转矩阵;  $u_L$ ,  $i_L$  和  $\Omega_L$  分别为该时刻月球相对于地球的纬度幅角, 轨道倾角和升交点赤经, 本文通过DE405/LE405星历表求解;  $\frac{d(u_L)}{dt}$ ,  $\frac{d(i_L)}{dt}$  和  $\frac{d(\Omega_L)}{dt}$  表示其变化率, 可通过DE405/LE405星历表求解, 在近似计算时, 可取  $\frac{d(u_L)}{dt} = \boldsymbol{\omega}_z$ ,  $\frac{d(i_L)}{dt} = \frac{d(\Omega_L)}{dt} = 0$ 。将地心J2000坐标系中位置速度转化到会合坐标系只需进行上述逆过程即可。另外, 上述结果只考虑了地月引力, 并非高精度解。

限制性三体动力学是研究地月转移轨道特性常用的模型, 该模型中加速度矢量可表示为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu_E}{r_E^3} \mathbf{r}_E - \frac{\mu_M}{r_M^3} \mathbf{r}_M - 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (7)$$

$$\mathbf{r}_E = \mathbf{r} - \mathbf{R}_E \quad (8)$$

$$\mathbf{r}_M = \mathbf{r} - \mathbf{R}_M \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{R}_E = [-r_E \ 0 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{R}_M = [r_M \ 0 \ 0]^T$ 。

地月系旋转角速度为

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \quad (10)$$

地月相关参数设置如表1所示<sup>[6]</sup>。

表1 地月相关参数设置

Table 1 Earth-moon parameters setting

| 参数  | 值                             |
|---|-------------------------------|
| $\mu_E/(\text{km}^3 \cdot \text{s}^{-2})$   | $3.986\ 004\ 36 \times 10^5$  |
| $\mu_M/(\text{km}^3 \cdot \text{s}^{-2})$   | $4.902\ 802\ 627 \times 10^3$ |
| $r_E/\text{km}$                             | 4 671                         |
| $\mu_M/\text{km}$                           | 379 729                       |
| $\omega_x/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$ | 0                             |
| $\omega_y/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$ | 0                             |
| $\omega_z/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$ | $2.661\ 69\ 9 \times 10^{-6}$ |

## 2 稳定性解析分析方法

设标称轨道状态变量为

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中:  $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$ ,  $\mathbf{v} = [v_x \ v_y \ v_z]^T$ , 则真实轨道状态变量为

$$\mathbf{x}^\Delta = \mathbf{x} + \Delta \quad (12)$$

在小偏差假设情况下,  $t_i$ 时刻轨道偏差状态量微分方程为

$$\dot{\Delta}(t_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{G} & \mathbf{H} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \cdot \Delta(t_i) \quad (13)$$

$$\mathbf{G} = \frac{\mu_E}{r_E^3} \left( \frac{3\mathbf{r}_E \mathbf{r}_E^T}{r_E^2} - \mathbf{I} \right) + \frac{\mu_M}{r_M^3} \left( \frac{3\mathbf{r}_M \mathbf{r}_M^T}{r_M^2} - \mathbf{I} \right) - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}) \quad (14)$$

$$\mathbf{H} = -2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \quad (15)$$

定义轨道偏差微分方程系数矩阵

$$\mathbf{F}(t_i) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{G} & \mathbf{H} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (16)$$

则

$$\Delta(t_{i+1}) = \boldsymbol{\Phi}(t_{i+1}, t_i) \Delta(t_i) \quad (17)$$

为方便计算, 本文 $\boldsymbol{\Phi}(t_{i+1}, t_i)$ 通过Taylor展开求解

$$\boldsymbol{\Phi}(t_{i+1}, t_i) \approx \mathbf{e}^{\mathbf{F}(t_i) \cdot (t_{i+1} - t_i)} \approx \sum_{i=0}^N \frac{(\mathbf{F}(t_i) \cdot (t_{i+1} - t_i))^N}{N!} \quad (18)$$

其中 $N$ 为Taylor展开截断误差阶数。

按照参考文献[3]中的方法求解标称轨道初始参数, 可得标称轨道数据 $\mathbf{x}(t_i)$ 。通过式(18)可求解 $(t_{i+1}, t_i)$ 时段的偏差状态传播矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(t_{i+1}, t_i)$ 。如果已知 $t_0$ 时刻存在小偏差 $\Delta(t_0)$ ,  $t_f$ 时刻偏差状态量为

$$\Delta(t_f) = \boldsymbol{\Phi}(t_f, t_{f-1}) \cdots \boldsymbol{\Phi}(t_1, t_0) \cdot \Delta(t_0) = \mathbf{P}(t_f, t_0) \cdot \Delta(t_0) \quad (19)$$

其中:  $\mathbf{P}(t_f, t_0) = \prod_{i=0}^{f-1} \boldsymbol{\Phi}(t_{i+1}, t_i)$ 。如果已知 $t_0$ 时刻偏差协方差矩阵 $\mathbf{C}(t_0)$ , 则 $t_f$ 时刻偏差协方差矩阵为

$$\mathbf{C}(t_f) = \mathbf{P}(t_f, t_0) \cdot \mathbf{C}(t_i) \cdot \mathbf{P}^T(t_f, t_0) \quad (20)$$

## 3 仿真算例

以会合坐标系 $o$ - $xy$ 平面内一条自由返回轨道为例, 分析偏差传播特性, 该条轨道入轨时刻为1 Jul 2007 12:00:00 UTCG, 入轨参数如表2所示。

会合坐标系中飞行轨迹如图3所示。

会合坐标系中偏差椭圆传播规律如图4所示, 偏差椭圆短轴和长轴在近月点附近会出现突变, 短轴始终在较小的范围内变化, 而长轴绕月后急剧增大, 导致偏差椭圆在绕月后偏心率接近1, 且面积急剧增大。偏差椭圆长轴和短轴构成的局部坐标系与会合坐标系夹角快速变化到 $-45^\circ$ 附近, 虽然近月点附近出现突变, 但绕月后仍缓慢降至 $-45^\circ$ 。

由此可见, 飞行偏差会随着时间推移逐渐增大, 要想飞行轨迹回到标称轨道附近, 必须要对偏差进行修正。另外, 通过仿真计算发现, 修正时刻较早时所需速度增量较小, 倘若在地月转移飞行中途进行修正, 所需速度增量一般小于100 m/s, 然而过早的偏差修正仍会导致偏差传播在后续飞行中逐渐扩散, 因此实际飞行中的修正策略还需结合飞行轨道在大量计算

表 2 轨道初始参数  
Table 2 Initial orbit parameters

| 会合坐标系                               |            | 地心J2000坐标系                            |            |
|-------------------------------------|------------|---------------------------------------|------------|
| $r_x/\text{km}$                     | -4 671     | $r_x^J/\text{km}$                     | -6 306.967 |
| $r_y/\text{km}$                     | -6 728.137 | $r_y^J/\text{km}$                     | -1 961.651 |
| $r_z/\text{km}$                     | 0          | $r_z^J/\text{km}$                     | -1 281.375 |
| $v_x/(\text{km}\cdot\text{s}^{-1})$ | 10.099     | $v_x^J/(\text{km}\cdot\text{s}^{-1})$ | -0.057     |
| $v_y/(\text{km}\cdot\text{s}^{-1})$ | -3.815     | $v_y^J/(\text{km}\cdot\text{s}^{-1})$ | -9.532     |
| $v_z/(\text{km}\cdot\text{s}^{-1})$ | 0          | $v_z^J/(\text{km}\cdot\text{s}^{-1})$ | -5.102     |

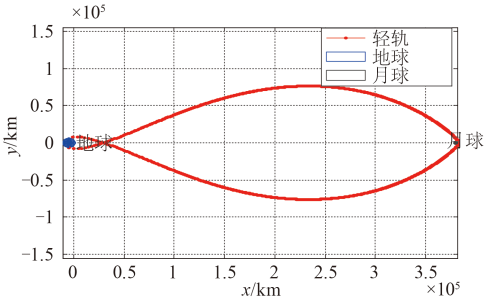


图 3 会合坐标系  $o\text{-}xy$  平面飞行轨迹  
Fig. 3 The flying tracks in  $o\text{-}xy$  plane of the synodic coordinate system

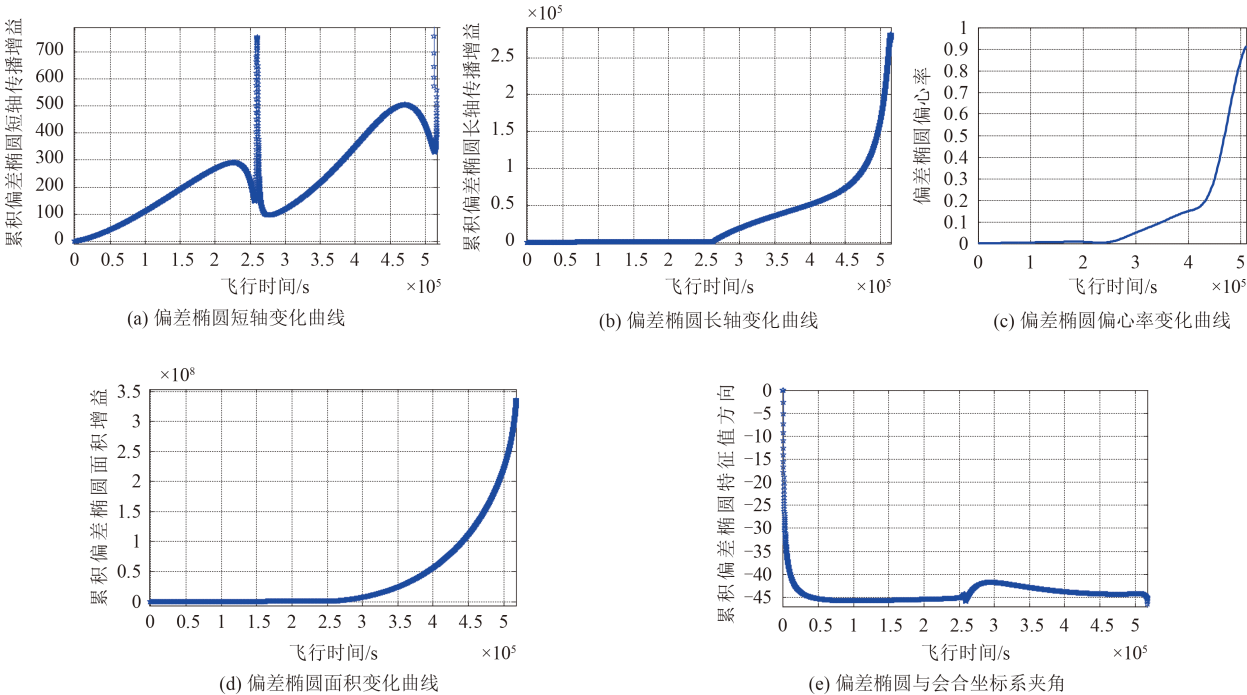


图 4 会合坐标系中偏差椭圆传播规律  
Fig. 4 Propagation law of deviational ellipse in the synodic coordinate system

的基础上进行优化设计，本文不进行研究。

4 结 论

本文在地月会合坐标系中，基于标称轨道数据和解析分析方法，研究了自由返回轨道的偏差传播特性。从仿真结果可以看出，随着飞行时间增加，偏差椭圆逐渐增大，特别是在飞行器绕月后，偏差椭圆在  $-45^\circ$  方向长轴急剧增大，偏差量也迅速增加，偏差的累积将使飞行器无法返回地球，必须要重新设计月地返回轨道，来满足返回地球的再入条件约束。因此通过本文研究可知，工程实际中不存在严格意义上的自由返回轨道，对轨道进行中途修正是必要的。

参 考 文 献

[1] Peng Q B, Shen H X, Li H Y. Free return orbit design and characteristics

analysis for manned lunar mission[J]. Sci China Tech Sci, 2011, 54(12): 3243–3250.  
[2] 白玉铸. 载人登月轨道设计相关问题研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2010.  
Bai Y Z. Research on trajectory design for manned lunar landing mission[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010.  
[3] Jesick M, Ocampo C. Automated generation of symmetric lunar free-return trajectories[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(1): 98–106.  
[4] Orloff R W. Apollo by the numbers: a statistical reference[R]. NASA SP-2000-4029, 2000.  
[5] Adamo D R. Apollo 13 trajectory reconstruction via state transition matrices[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(6): 1772–1781.  
[6] 郝晓宁, 曾国强, 任萱, 等. 月球探测器轨道设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 108–112.  
Xi X N, Zeng G Q, Ren X, et al. Orbit design of lunar probe[M].

- Beijing: National Defense Industry Press, 2001: 108–112.
- [7] 贺波勇, 李海阳, 张波. 载人登月转移轨道偏差传播机理分析与稳健性设计[J]. 物理学报, 2013, 62(19): 190505-1-8.
- He B Y, Li H Y, Zhang B. Analysis of transfer orbit deviation propagation mechanism and robust design for manned lunar landing[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(19): 190505-1-8.
- [8] 刘林, 王歆. 月球探测器轨道力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006: 33–39.
- Liu L, Wang X. An orbital dynamics of lunar probe[M]. Beijing:

National Defense Industry Press, 2006: 33–39.

作者简介:

彭祺攀(1982–), 男, 助理研究员。主要研究方向: 载人航天总体任务分析与设计。

通信地址: 北京市海淀区北清路26号院5132信箱新15室(100094)

电话: 13911486160

E-mail: poochie003@163.com

## Analysis of Deviation Propagation for Translunar Free Return Orbit

PENG Qibo<sup>1</sup>, HE Boyong<sup>2</sup>, ZHANG Hailian<sup>1</sup>

(1. Manned Space System Research Center, Beijing 100094, China;

2. College of Aerospace Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Stability analysis of translunar free return orbit is significant for manned lunar mission orbit design and midcourse correction strategy programming. In this paper, a deviation propagation equation for free return orbit is derived in the synodic coordinate system. Based on the nominal orbit data and analysis method, the propagation law of orbit deviation is obtained. The simulation result indicates that the orbit deviation increases with the increasing fly time, and the deviation increased more quickly after the spacecraft orbiting the moon so that it could not return to the Earth. So the strict free return orbit in engineering is not existed, and the midcourse correction in earth-moon transfer fly is necessary.

**Key words:** manned lunar landing mission; free return orbit; deviation propagation; midcourse correction

[责任编辑: 宋宏]