

地月平动点中继应用轨道维持

刘磊^{1,2}, 曹建峰^{1,2}, 胡松杰^{1,2}, 唐歌实^{1,2}

(1. 航天飞行动力学技术重点实验室, 北京 100094; 2. 北京航天飞行控制中心, 北京 100094)

摘要:地月平动点中继应用轨道对于月球背面探测具有十分重要的应用价值, 由于地月平动点的不稳定性, 必须进行轨道维持。文章研究了真实力模型下月球平动点中继应用轨道的维持。首先, 基于限制性三体问题下平动点轨道的运动特性, 研究了平动点轨道维持的数学模型与维持策略, 提出了平动点轨道维持的连续环绕控制方法, 并给出了轨道维持的 Halo 和 Lissajous 两种控制方式; 其次, 充分考虑各天体和光压摄动下, 采用数值手段研究了不同幅值的地月平动点周期中继应用轨道的维持间隔与速度增量等。研究结果表明: Lissajous 控制方式适用于月球平动点中继应用轨道的维持, 在给定测控精度条件下, 维持间隔约 7.4 d, 速度增量优于 20 m/s/a。该方法已经成功应用于我国“嫦娥 2 号”日地平动点任务和“嫦娥 5T1”地月平动点任务并获得了良好的控制效果, 还可直接应用于我国未来“嫦娥 4 号”等月球背面探测任务。

关键词: 平动点; 轨道维持; 限制性三体问题; Halo 轨道; Lissajous 轨道

中图分类号: V412.4⁺1

文献标识码: A

文章编号: 2095-7777(2015)04-0318-07

DOI: 10.15982/j.issn.2095-7777.2015.04.004

0 引言

当前, 我国的深空探测活动主要集中在月球, “嫦娥 1 号”到“嫦娥 3 号”月球探测器已经圆满完成了任务, 尤其是“嫦娥 2 号”在实现既定工程和科学目标的基础上, 开展了日地平动点拓展任务和小行星飞越探测任务, 取得了我国首次日地平动点飞行和世界上首次获取 4179 小行星近距离光学图像等多项突破性成果^[1-4]。2014 年下半年又开展了为后续“嫦娥 5 号”任务验证相关技术的“嫦娥 5T1”再入返回飞行试验, 之后进行了地月平动点探测飞行拓展任务^[5]。虽然目前我国探月工程的着月点选择相对在地球始终可见的月球正面, 但是人类探测较少的月球背面和两极地区, 可能蕴含丰富资源, 具有更高的探测价值, 我国后续“嫦娥 4 号”将开展月球背面探测。受地月相对运动特性影响, 在未来探测月球两极和背面区域时, 必须考虑中继测控手段。

地月平动点相对于地球和月球位置始终固定, 尤其是其中的 L2 点对于月球背面始终可见且距离月球较近, 从而可以考虑设计月球 L2 点中继应用轨道, 进行长期轨道维持使之始终保持与地球和月球背面的可见性, 为月球探测器的留轨舱和着陆器

提供中继通信和导航等服务。虽然当前平动点轨道动力学与控制等研究较为充分^[6-10], 不过平动点的应用目前仍集中于日地平动点, 相对于日地平动点, 地月平动点动力学特性较为复杂, 其中太阳引力和光压对于轨道的摄动影响较大, 且月球相对于地球运动具有一定偏心率, 这些因素使得地月平动点轨道的稳定性较差, 基于圆型限制性三体问题设计的周期轨道在真实力模型下很快发散, 不再呈现周期运动特性。

为此, 本文面向月球平动点中继应用, 研究真实力模型下中继应用轨道的维持, 给出相应的平动点轨道维持方法和策略, 分析平动点中继应用轨道的维持频率和速度增量, 确定不同幅值轨道的维持代价, 为我国后续“嫦娥 4 号”和未来月球背面探测等任务提供借鉴。

1 轨道维持

1.1 数学模型

平动点属于限制性三体问题, 即研究小天体在两大天体引力作用下的运动, 设小天体的质量为 m , 其余两个大天体的质量分别为 m_1 和 m_2 , 有 $m \ll m_2 < m_1$ 。首先单位归一化, 大天体质量之和、大天

体相互运动椭圆半长轴和角频率为1,以两大天体的共同质心为原点 O ,二者相对运动平面为 xy 平面,建立会合坐标系 $O-xyz$,如图1所示。在研究平动点附近的运动时常将原点移至平动点处,即图1中的 L_1 或 L_2 。

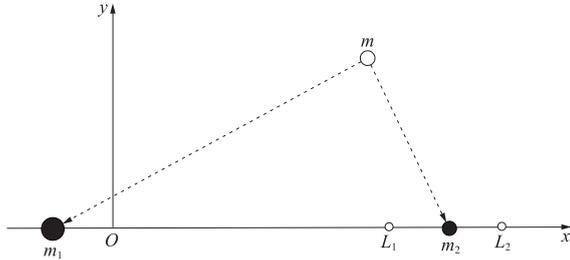


图1 会合坐标系
Fig. 1 Synodic coordinate

由小天体的动力学方程可得到 $O-xyz$ 中共线平动点附近运动的一阶形式^[9]

$$\begin{cases} \Delta x = A_x \cos(\eta\tau + \varphi) \\ \Delta y = kA_x \sin(\eta\tau + \varphi) \\ \Delta z = A_z \cos(\zeta\tau + \psi) \end{cases} \quad (1)$$

其中: A_x 和 A_z 分别为 x 和 z 方向的运动幅值; η 和 ζ 分别为 x 和 z 方向的运动频率,一般为Lissajous轨道,在二者相等时即Halo轨道; φ 和 ψ 分别为 x 和 z 方向的初始相位。

由式(1)可见,在一阶解析形式下,Halo轨道关于会合坐标系 xz 平面对称,且在 xz 平面附近运动方向垂直于 xz 平面,Lissajous轨道则在穿过 xz 平面时 x 方向速度为0,基于平动点轨道的运动特性,选择平动点轨道的理想末状态 \mathbf{x}_d 位于 xz 平面。由初始状态 \mathbf{x}_0 积分至 Δy 时刻的末状态一般与 \mathbf{x}_d 不相同,通过修正 \mathbf{x}_0 和 t 使得实际末状态接近 \mathbf{x}_d 。设 \mathbf{x}_0 和 t 的修正量分别为 $\delta\mathbf{x}_0$ 和 δt ,则在一阶近似下有

$$\delta\mathbf{x}_d = \Phi(t; t_0)\delta\mathbf{x}_0 + \dot{\mathbf{x}}_d\delta t \quad (2)$$

其中: $\Phi(t, t_0)$ 为转移轨道从初始 t_0 时刻到 t 时刻的状态转移矩阵,即

$$\Phi(t, t_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{r}} & \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \mathbf{v}} \end{bmatrix} \Phi(t, t_0) \quad (3)$$

$$\Phi(0, 0) = \mathbf{I}_{6 \times 6}$$

其中: \mathbf{r} 、 \mathbf{v} 和 \mathbf{a} 分别为卫星的位置矢量、速度矢量和加速度矢量,其中 \mathbf{a} 的计算中考虑各种摄动因素即可反应这些因素对转移轨道的影响。不过,在考虑摄动因素较多的情况下 $\Phi(t, t_0)$ 的计算量较大,对于

地月平动点轨道,因此仅考虑日地月质点引力和光压摄动即可满足计算精度和速度要求。

设在定轨误差、控制误差及轨道摄动力的作用下,积分时间 \hat{x}_0 至 xz 平面时 x 和 z 方向的速度分别为 \dot{x} 和 \dot{z} ,则由式(2)可得Halo轨道和Lissajous轨道的初始速度修正量 $\delta\dot{x}_0^h$ 和 $\delta\dot{x}_0^l$ 分别为

$$\begin{bmatrix} \Phi_{44} - \frac{\ddot{x}}{y}\Phi_{24} & \Phi_{45} - \frac{\ddot{x}}{y}\Phi_{25} & \Phi_{46} - \frac{\ddot{x}}{y}\Phi_{26} \\ \Phi_{64} - \frac{\ddot{z}}{y}\Phi_{24} & \Phi_{65} - \frac{\ddot{z}}{y}\Phi_{25} & \Phi_{66} - \frac{\ddot{z}}{y}\Phi_{26} \end{bmatrix} \times \delta\dot{x}_0^h = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{44} - \frac{\ddot{x}}{y}\Phi_{24} & \Phi_{45} - \frac{\ddot{x}}{y}\Phi_{25} & \Phi_{46} - \frac{\ddot{x}}{y}\Phi_{26} \\ \Phi_{64} - \frac{\ddot{z}}{y}\Phi_{24} & \Phi_{65} - \frac{\ddot{z}}{y}\Phi_{25} & \Phi_{66} - \frac{\ddot{z}}{y}\Phi_{26} \end{bmatrix} \times \delta\dot{x}_0^l = \dot{x} \quad (5)$$

其中: Φ_{ij} ($i=2, 4, 6; j=1, 3, 5$)表示 $\Phi(t; t_0)$ 的第 i 行第 j 列个分量。

式(4)和式(5)即平动点轨道的连续环绕控制方法的两种形式,分别称为Halo控制方式和Lissajous控制方式,对于平动点周期轨道,两种形式均可采用,平动点拟周期轨道则采用后者。同时,式(4)和式(5)为基于平动点轨道一阶近似解的结果,因此需要采用微分修正方式进行多次迭代才能获得理想的轨道末状态。

1.2 维持策略

1.1小节的平动点轨道连续环绕控制方法,利用圆型限制性三体问题下平动点轨道的运动特性进行轨道维持,使得轨道末状态的 x 和(或) z 方向速度为0。然而考虑到实际摄动力作用,轨道末状态的 x 和(或) z 方向虽然接近0,但是并不严格为0,因此直接由式(4)和式(5)得到的维持速度增量将大于实际所需速度增量,且控后轨道偏离最优维持轨道,所以需制定相应的轨道维持策略。

为了利用式(4)和式(5)实现真实力模型下的平动点轨道维持,制定平动点轨道连续环绕控制策略,如图2所示。

图2中,LP为平动点, \circ 和 $*$ 分别表示轨道初始点和末端。首先定义平动点轨道由会合坐标系 xz 平面出发,再次到达 xz 平面为1/2圈,第3次到达 xz 平面则为1圈。轨道维持时,基于2.1小节的轨道维持模型式(4)和式(5),采用微分修正法改变轨道初始状态,使得积分1/2圈时 x 和(或) z 方向速度为0,由此得到第1步修正后的轨道Corr1。虽然Corr1并非能量最省的平动点轨道,但是该轨道

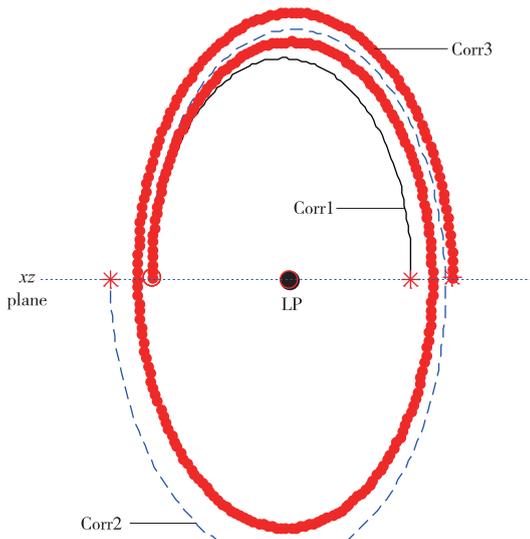
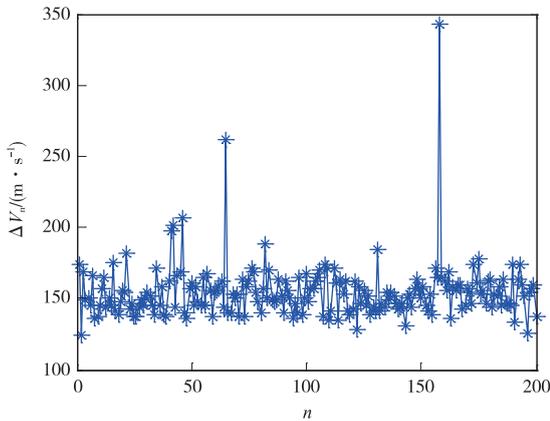


图 2 平动点轨道连续环绕控制策略

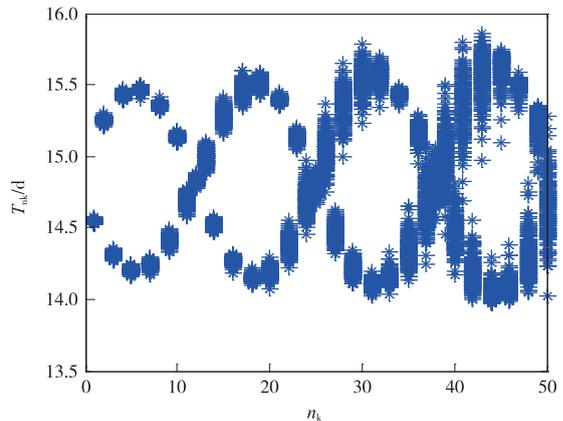
Fig. 2 Continue-circling method of the relay orbit maintenance

可以保持在平动点附近不会飞离平动点。然后再次修正初始状态,使得积分 1 圈时 x 和(或) z 方向速度为 0,得到修正后的轨道 Corr2,该轨道进一步接近能量最优轨道。如此进一步延续下去得到修正后的轨道 Corr3……,该策略即平动点轨道连续环绕控制策略。

由此可见,上述连续环绕控制策略利用圆型限制性三体问题下平动点轨道的运动特性,通过逐步延长轨道弧段并渐进修正初始轨道状态,最终获得真实力模型下维持能量近似最优的平动点轨道。该策略有两处需要特别说明,其一,虽然图 1 中每步维持以 1/2 圈轨道增加,但是实际计算时可根据迭代收敛容限和具体三体系统进行调整,在收敛容限和轨道摄动较小情况下,平动点轨道维持间隔可适当



(a) 中继轨道维持速度增量



(b) 中继轨道维持后的轨道周期

图 3 较大测控误差下小幅值 Halo 轨道维持 2 年的情况 (Halo 方式)

Fig. 3 Orbit maintenance of the small Halo orbit for 2 years with the large TT&C errors (Halo style)

放大;其二,理论上延续步骤越多,轨道维持的能量越接近最优。不过实际计算表明,在延续 2 圈以后,轨道的修正量已经极其微小,因此最大延续轨道弧段不应超过 2 圈,地月系平动点轨道则最大取 1.5 圈即可。

2 数值仿真

设计 A_e 为 5 000 km 和 30 000 km 的地月 L2 点周期轨道作为月球平动点中继应用轨道,分别采用 Halo 和 Lissajous 控制方式进行长期维持,研究 2 种方式的有效性。仿真中考虑光压和大行星引力摄动,光压系数取 1.3,行星位置采用 JPLDE405 星历。同时,为了分析 2 种方式的轨道维持能力,仿真中基于国内外目前的测控能力,设定两组大小不同的测控误差,较大的测控误差为位置精度 5 km,速度精度为 1 cm/s,控制精度为 2%,同时考虑 5 cm/s 的剩余控制误差,较小的测控误差为位置精度 1 km,速度精度为 1 cm/s,控制精度为 1%,无剩余控制误差。

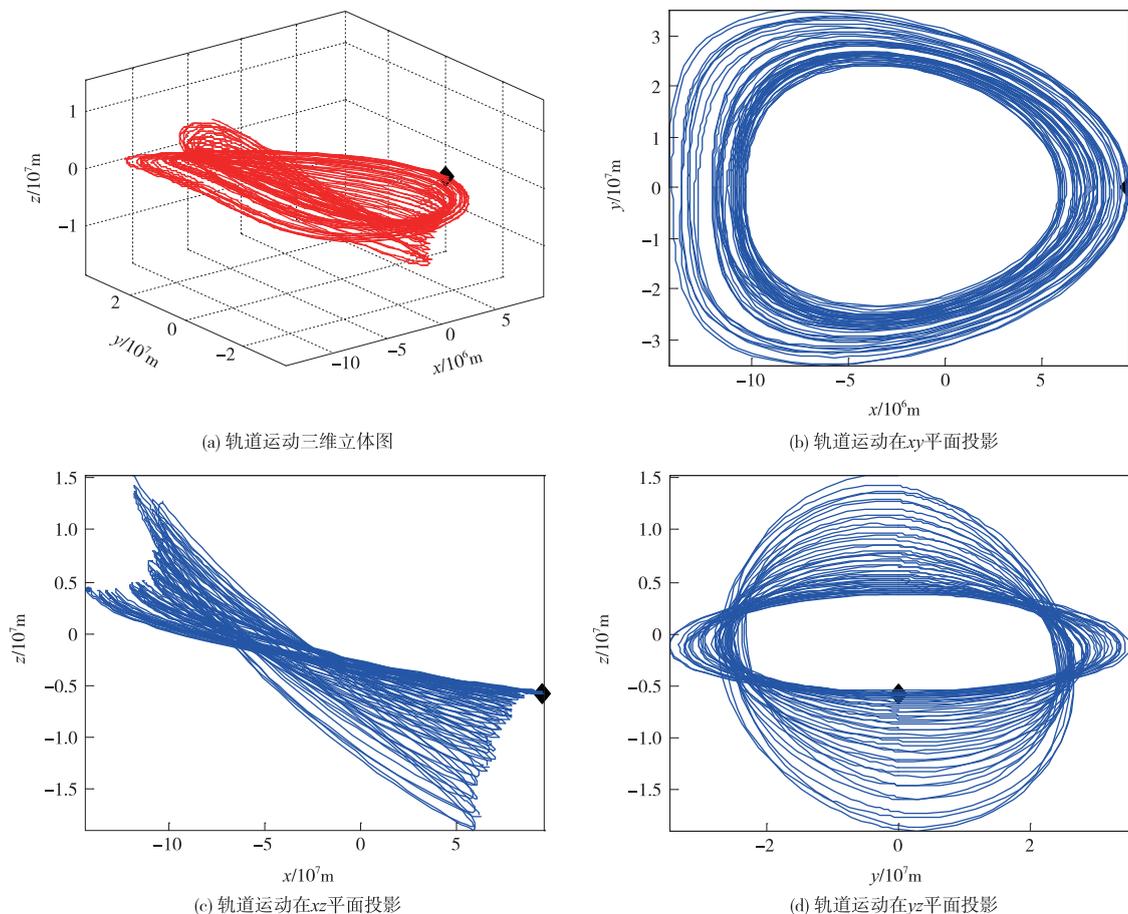
2.1 Halo 控制方式

在较大测控误差下,仿真 A_e 为 5 000 km 的中继应用轨道维持,总时间为 2 年。采用蒙特卡洛打靶法分析,共进行 200 次仿真,各次仿真所需要的总速度增量 $\Phi(t_1; t_0)$ 和轨道周期(两次穿越 xz 平面的时间间隔) i 变化如图 3 所示,上图横坐标 n 为仿真次数,下图横坐标 n_k 为轨道维持圈次。由于误差和摄动影响,轨道维持间隔为 1/2 个轨道周期,延续控制最大时长为 3/2 圈,即使得第 3 次穿越 xz 平面时 x 和 z 方向速度小于 1 m/s。

由图 3 可见,2 年维持时间内,维持的总速度增

量除极个别情况超过 300 m/s,绝大多数不超过 200 m/s,平均为 155 m/s 左右。轨道周期呈现周期变化,约为 14~16 d。

给出仿真中总速度增量超过 300 m/s 的中继轨道在 2 年内的空间变化图,及其在会合坐标系各坐标平面的投影图,如图 4 所示。



(a) 轨道运动三维立体图

(b) 轨道运动在xy平面投影

(c) 轨道运动在xz平面投影

(d) 轨道运动在yz平面投影

图 4 较大测控误差下小幅值 Halo 轨道维持总速度增量最大的情况(Halo 方式)

Fig. 4 Case with the maximum velocity increment of the small Halo orbit with the large TT&C errors (Halo style)

由图 4 可见,总速度增量超过 300 m/s 的情况下,中继应用轨道在空间中的位置变化较大,在 z 方向上的变化超过 10 000 km,实际应用时,这一轨道变化可能会带来测控影响,如月球对中继应用通信的影响。不过从图 4 各平面投影图可见,轨道在各方向上与坐标原点的最小距离大于 3 600 km,这表明月球不会形成直接遮挡,因而位置变化影响非常有限。尤其是由上述仿真可知,图 4 情况为极其特殊情况,一般

情况下维持后的轨道不会有如此大的变化。

将仿真详细统计数据,与较小测控误差下的维持情况,以及较大测控误差下 A_z 为 30 000 km 的中继应用轨道维持情况,列于表 1 所示。表 1 中 ΔV 、 Δv 、 T 和 Δt 分别为总速度增量、单次速度增量、轨道周期和维持间隔,每个参数分别给出最小值、最大值和平均值,上标 b 和 s 分别表示较大和较小的测控误差。

表 1 中继应用轨道 2 年的维持情况(Halo 方式)

Table 1 Orbit maintenance of the relay orbit for 2 years (Halo style)

| A_z /km | $\Delta V/(m \cdot s^{-1})$ | | | $\Delta v/(m \cdot s^{-1})$ | | | T/d | | | $\Delta t/d$ | | |
|---------------------|-----------------------------|--------|-------|-----------------------------|---------|-------|--------|--------|--------|--------------|-------|-------|
| | min | max | mean | min | max | mean | min | max | mean | min | max | mean |
| 5 000 ^b | 124.2 | 342.5 | 154.6 | 0.002 | 16.069 | 1.546 | 13.969 | 15.855 | 14.830 | 6.618 | 8.093 | 7.415 |
| 5 000 ^s | 70.3 | 77.8 | 74.2 | 0.002 | 1.932 | 0.742 | 14.004 | 15.683 | 14.834 | 6.648 | 8.058 | 7.417 |
| 30 000 ^b | 428.5 | 2350.6 | 705.0 | 0.034 | 187.604 | 7.050 | 10.849 | 18.694 | 14.554 | 5.268 | 9.968 | 7.277 |

由表 1 可见,在 Halo 控制方式下,对于小幅值中继应用轨道,如果测控精度提高,可以有效减小轨道维持代价。大幅值中继应用轨道的维持代价明显较大,说明 Halo 控制方式并不适用于大幅值轨道。另外可见,大小幅值中继轨道的平均轨道周期均约为 15 d 左右,控制频率均约 7 d 左右。

2.2 Lissajous 控制方式

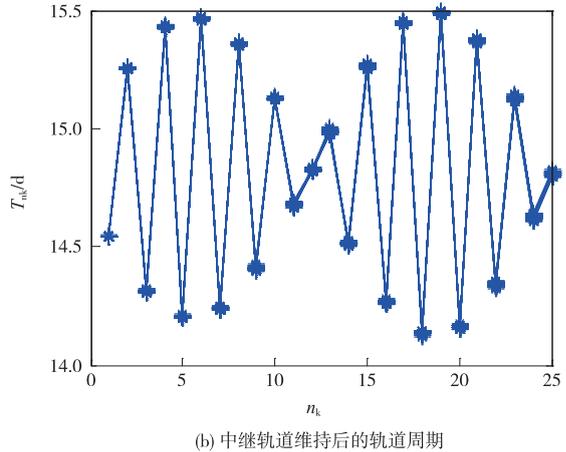
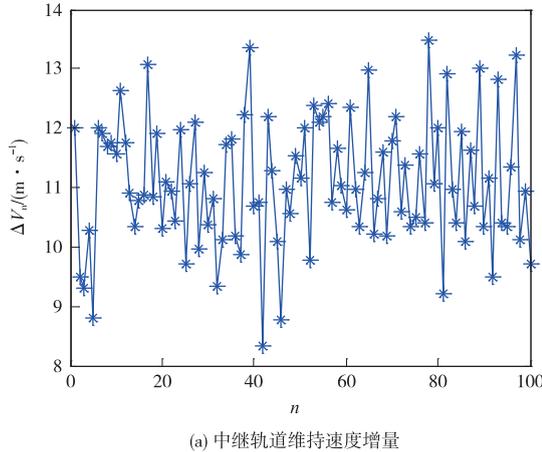


图 5 较小测控误差下小幅值 Halo 轨道维持 1 年的情况(Lissajous 方式)

Fig. 5 Orbit maintenance of the small Halo orbit for 1 years with the small TT&C errors (Lissajous style)

由图 5 可见,维持 1 年所需的速度增量均小于 14 m/s,相对于 Halo 控制方式,维持速度增量大大降低。轨道周期依然呈现周期变化,不过变化幅值明显略有降低,保持在 14~15.5 d 之间。

维持速度增量最大的情况如图 6 所示。由图 6 可见,Lissajous 控制方式维持后的轨道在 z 方向

上的变化小于 6 000 km,比 Halo 控制方式得到的轨道发散程度小。

将仿真统计数据,与较小测控误差下 $A_z = 30\ 000$ km 的中继应用轨道维持情况,列于表 2 所示。

表 2 中继应用轨道 1 年的维持情况(Lissajous 方式)

Table 2 Orbit maintenance of the relay orbit for 1 year (Lissajous style)

| A_z/km | $\Delta V/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ | | | $\Delta v/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ | | | T/d | | | $\Delta t/\text{d}$ | | |
|---------------------|---|------|------|---|-------|-------|--------------|--------|--------|---------------------|-------|-------|
| | min | max | mean | min | max | mean | min | max | mean | min | max | mean |
| 5 000 ^s | 8.3 | 13.5 | 11.1 | 0.000 | 0.924 | 0.222 | 14.122 | 15.497 | 14.816 | 6.690 | 8.048 | 7.408 |
| 30 000 ^s | 12.6 | 19.5 | 15.7 | 0.000 | 0.694 | 0.157 | 13.528 | 15.339 | 14.449 | 6.457 | 7.849 | 7.225 |

由表 2 可见,在 Lissajous 控制方式下,大小幅值中继应用轨道的维持代价相当,均为十几米每秒,而且该方式的控后轨道与 Halo 控制方式的周期和维持频率基本相同。同时,将表 2 和表 1 对比可见,Lissajous 控制方式明显优于 Halo 控制方式。

从目前国外在月球平动点轨道的维持应用来看,文献[10]中给出的 ARTEMIS 任务的最好仿真结果为 12.27 m/s/a,平均为 0.28 m/s,平均维持间

隔为 7.3 d,由此可见,本文给出的 Lissajous 轨道控制方式的维持代价与之相当。

此外还需指出,文章中的连续环绕轨道控制方法及其策略已经应用于我国“嫦娥 2 号”日地平动点拓展任务和“嫦娥 5T1”拓展任务,基于文中方法得到的“嫦娥 2 号”中途修正速度增量仅为 3.15 m/s,日地 Lissajous 轨道维持速度增量仅为 3.19 m/s,维持间隔约 3 个月,控制效果非常好。

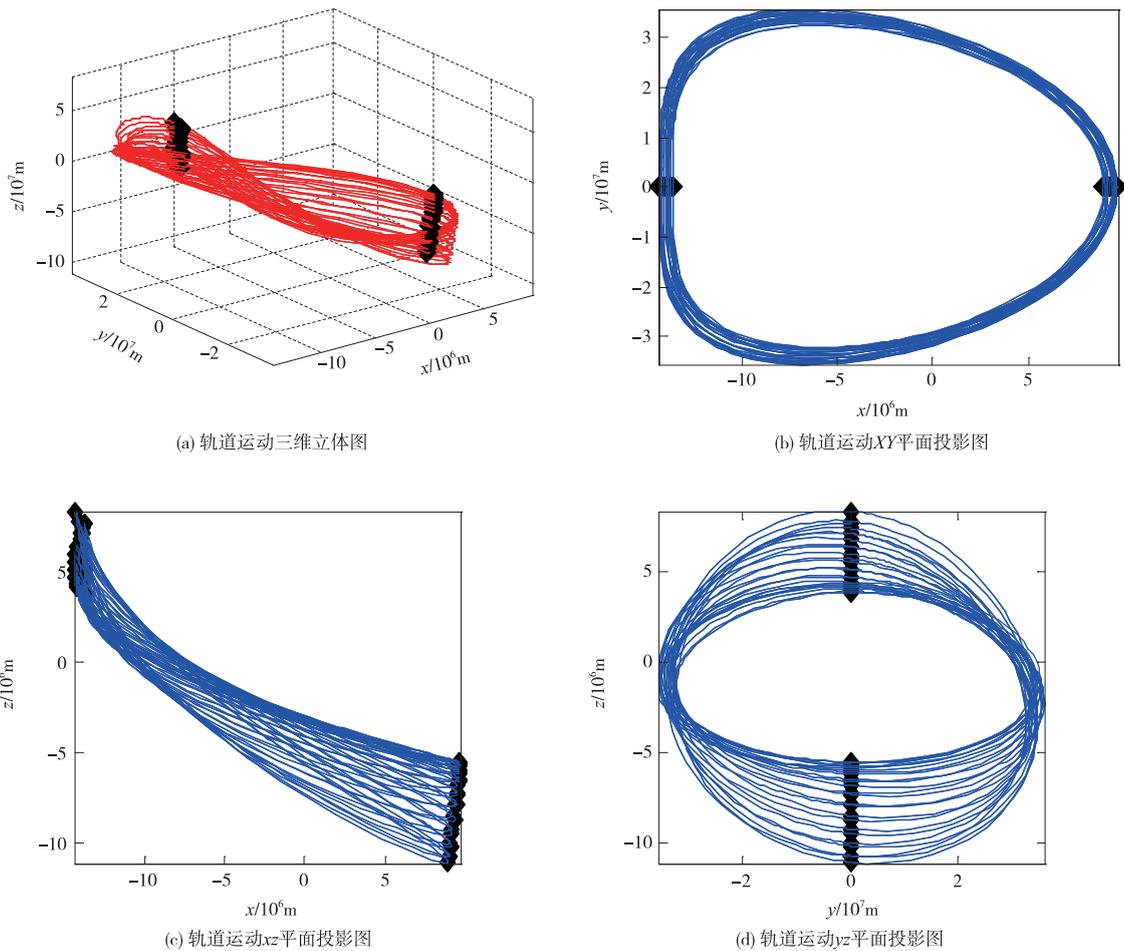


图6 较小测控误差下小幅值 Halo 轨道维持总速度增量最大的情况(Lissajous 方式)

Fig. 6 Case with the maximum velocity increment of the small Halo orbit with the small TT&C errors (Lissajous style)

3 结论

文章研究了月球平动点中继应用轨道的维持,在基于目前国内外测控能力的测控误差下,Lissajous 轨道控制方式对平动点轨道的维持效果较好,轨道维持频率为大约每 7.4 d 维持一次,每年的维持速度增量可小于 20 m/s,与国外 ARTEMIS 任务的维持代价相当。此外,需要说明,文章中轨道维持间隔相对固定,便于实际工程应用,若综合考虑地面测控和星载推力器能力,还可以进一步增大轨道维持间隔,降低维持频率。文章研究可直接应用于我国“嫦娥 4 号”和未来月球背面探测任务。

参 考 文 献

[1] Liu L, Liu Y, Cao J F, et al. CHANG'E-2 lunar escape maneuvers to the sun-earth L2 libration point mission[J]. Acta Astronautica, 2014(93):390-399.

[2] 刘磊,刘勇,曹建峰,等.“嫦娥二号”探测小行星任务转移轨

道设计[J]. 宇航学报,2014,35(3):262-268. [Liu L, Liu Y, Cao J F, et al. Mission design of the CHANG'E-2 asteroid exploration [J]. Journal of Astronautics, 2014, 93: 262-268.]

- [3] Wu W R, Liu Y, Liu L, et al. Pre-LOI trajectory maneuvers of CHANG'E-2 libration point mission[J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2012,55(6):1249-1258.
- [4] 乔栋,黄江川,崔平远,等.嫦娥二号卫星飞越探测小行星的目标选择[J]. 中国科学:技术科学,2013,43(6):602-608. [Qiao D, Huang J C, Cui P Y, et al. Target choice of the CHANG'E-2 asteroid exploration [J]. Scientia Sinica Technologica, 2013,43(6):602-608.]
- [5] 刘磊,唐歌实,胡松杰,等.月球探测再入返回试验后续飞行方案研究[J]. 宇航学报,2015,36(1):9-17. [Liu L, Tang G S, Hu S J, et al. Follow-up flight scheme for the reentry test of china lunar exploration[J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(1):9-17.]
- [6] Keeter T M. Station-keeping strategies for librationpoint orbits: target point and floquet mode approaches[D]. West Lafayette, USA: Purdue University, 1994.
- [7] Kulkarni J, Campbell M. Asymptotic stabilization of motion

- about an unstable orbit; application to spacecraft in halo orbit [C]//Proceeding of the 2004 American Control Conference. Boston, Massachusetts; IEEE, 2004;1025 - 1030.
- [8] Moore A, Ober-Blöbaum S, Marsden J E. Optimization of spacecraft trajectories; a method combining invariant manifold techniques and discrete mechanics and optimal control[C]// The 19th AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting. Savannah, Georgia; AIAA, 2009.
- [9] Howell K C, Pernicka H J. Numerical determination of Lissajous trajectories in the restricted three-body problem [J]. Celestial Mechanics, 1988,41:107 - 124.
- [10] Folta D C, Woodard M A, Cosgrove D. Stationkeeping of the first earth-moon librationorbiters; the ARTEMIS mission[C] // AAS11 - 515. [S.l.]: AIAA, 2011.

作者简介:

刘磊(1980—),男,工程师,主要研究方向:深空探测轨道设计与控制。

通信地址:北京 5130 信箱 120#(100094)

电话:(010)66362455

E-mail:llbacc@139.com

Maintenance of Relay Orbit About the Earth-Moon Collinear Libration Points

LIU Lei^{1,2}, CAO Jianfeng^{1,2}, HU Songjie^{1,2}, TANG Geshi^{1,2}

(1. National Key Laboratory of Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing 100094, China;

2. Beijing Aerospace Control Center, Beijing100094, China)

Abstract: Relay orbits about the Earth-Moon collinear libration point have significant value on the exploration of the lunar farside, but have complex kinetic characteristics in the nature, thus the orbit maintenance has always been focused in the deep space navigation and control field. This paper explores orbit maintenance technology of the relay orbit about the collinear Earth-Moon libration points under the real dynamical conditions. First, based on the restricted three-body problem, the mathematic model of relay orbit station-keeping with the real dynamical model is analyzed. The continue-circling method is presented for the relay orbit maintenance with the two control styles, i. e. , the Halo style and the Lissajous style. Second, with the third-body gravitation and the solar radiation pressure perturbations considered, the method is tested and analyzed by using the numerical simulations to achieve the control frequency and the corresponding velocity increment required by the relay orbits with different amplitudes. According to the simulations, the Lissajous style is suitable to the orbit maintenance with a control interval of 7.4 days and a velocity increment less than 20 m/s/a. Furthermore, the method has been successfully applied in Chang'e-2 and Chang'e-5T1 extended missions and can provide a beneficial reference for the future Chang'e-4 mission.

Key words: libration point; orbit maintenance; restricted three-body problem; Halo orbit; Lissajous orbit

[责任编辑:宋宏]