

火星任务中星上原时 τ 与 TCG 的相对论变换

潘军洋¹, 谢懿^{1,2,3}

(1. 南京大学天文与空间科学学院, 南京 210093; 2. 上海市空间导航与定位技术重点实验室, 上海 200030; 3. 南京大学现代天文与天体物理教育部重点实验室, 南京 210093)

摘要: 爱因斯坦的广义相对论已成为当今深空探测任务中一部分, 为此将在研究环火星探测器星载钟原时 τ 与地球质心坐标时 (TCG) 的变换中应用相对论变换关系, 将 τ 与地球相关联的局部时间尺度联系起来, 从而扩展了之前关于 τ 与太阳系质心坐标时 (TCB) 相对论变换的工作 (TCB 是应用于整个太阳系的全局坐标时)。研究发现 τ 和 TCG 的差在经历一年的时间后可达到 0.2 s 量级。为了区分相对论变换中各种效应的贡献, 用数值方法计算了太阳、八大行星、三个大质量小行星以及探测器的贡献。发现在精确到 1 μ s 量级下, 相对论变换必须包括太阳、金星、月球、火星、木星、土星的引力影响以及探测器和地球的速度影响。

关键词: 参考系; 时间; 数值方法; 空间探测器

中图分类号: P129

文献标识码: A

文章编号: 2095-7777(2015)01-0069-06

DOI: 10.15982/j.issn.2095-7777.2015.01.010

0 引言

随着现代技术的极大发展, 爱因斯坦的广义相对论 (GR) 已成为深空探测任务中的一部分。它早已不再局限于理论天文学和物理学层面而进入了应用和工程领域^[1]。由于 GR 引起的效应在一些空间任务的无线电信号传输中很明显地显露出来^[2-3], 这些效应为 GR 提供了最强的约束条件^[2]。

GR 的一个重要概念就是抛弃牛顿绝对时空观中的绝对时间。在 GR 下存在不同种类的时间: 原时和坐标时^[4]。理想时钟的读数为原时 τ , 这是一个可观测量并只属于时钟自身。坐标时不能被直接观测到, 但它们可用作自然天体、人造天体和光线运动方程中的自变量。坐标时和原时通过四维空时间隔相联系, 这一特征取决于时钟的运动学和动力学因素。它极大地改变了时钟同步和时间变换的方式^[1]。

在火星和其他行星探测任务中, 星载钟和地面上时钟的同步对于控制、导航和科学探测是至关重要的。根据国际天文学联合会 (IAU) 决议^[5], 同步需要完成两个中间步骤。第一步是 τ 和太阳系质心坐标时 (TCB) 的相对论变换; 第二步, TCB 将被转换为地球质心坐标时 (TCG), TCG 是属于地球局部参考系的坐标时。之后 TCG 可以很方便地转换为

地球上的其他时标如地球时 (TT), 国际原子时 (TAI), 协调世界时 (UTC)。

以“萤火 1 号”任务^[6-7]作为中国未来火星探测的一个技术案例, 已有一些工作致力于研究第一步转换^[8-9]。文献^[10]的作者 (2012) 通过分析和数值方法发现这个转换的两个主要因素: 太阳的引力场和探测器在质心参考系中的速度。这两个因素的共同贡献可达到每年几个亚秒的量级^[10]。文献^[11]的作者 (2013) 将钟差考虑在内, 发现如果校准后的星载钟精度高于 $10^{-6} \sim 10^{-5}$ 秒每年 (取决于钟差类型), 那么 τ 和 TCB 之间的相对论变换需要仔细处理^[11]。

在这篇文章中, 作为之前工作的延伸, 将主要讨论 τ 和 TCG 的相对论变换, 也就是把第一步和第二步联合起来。在第 2 节中, 将在 IAU 决议下^[5] 计算类“萤火 1 号”任务的 τ 和 TCG 的相对论变换, 并使该变换以历表所采用的变量为引数 (详见附录 A)。在第 3 节中, 将用数值方法计算该变换并给出不同来源的贡献。在第 4 节中给出结论与讨论。

1 τ 与 TCG 的转换关系

根据 IAU 决议^[5], 航天器上星载钟原时 τ 与 $t \equiv$ TCB 的关系在一阶后牛顿近似下为

$$\tau - t = -\epsilon^2 \int \left(\sum_A \frac{Gm_A}{r_{sA}} + \frac{1}{2} v_s^2 \right) dt + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4) \quad (1)$$

这里定义 $\epsilon \equiv 1/c$, 忽略各天体引力场中非球对称部分。下标“s”代表航天器, 下标“A”代表需要考虑引力场作用的天体。对于 $T \equiv \text{TCG}$, 它和 t 的转换关系为

$$t - T = -\epsilon^2 \left\{ \int_{t_0}^t \left[\sum_{A \neq E} \frac{Gm_A}{r_{EA}} + \frac{v_E^2}{2} \right] dt + v_E \cdot (x - x_E) \right\} + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4) \quad (2)$$

其中: E 代表地球。将方程(1)与方程(2)相加即得 τ 与 TCG 的相对论变换

$$\begin{aligned} \tau - T = & -\epsilon^2 \int_{t_0}^t \left(\sum_A \frac{Gm_A}{r_{sA}} + \frac{v_s^2}{2} \right) dt + \\ & \epsilon^2 \int_{t_0}^t \left(\sum_{A \neq E} \frac{Gm_A}{r_{EA}} + \frac{v_E^2}{2} \right) dt + \\ & \epsilon^2 v_E \cdot (x - x_E) + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4) \end{aligned} \quad (3)$$

为求得 $\tau - T$ 的值, 其中一个可行的方法是利用历表提供的太阳系天体相对于太阳系内的位置和速度数据数值积分方程(3)等式右边。然而实现这一计算并不方便, 因为等式右边的时间变量为 TCB 而不是质心力学时(TDB)。TDB 是太阳系星历表中广泛应用的独立变量。因此, 出于应用考虑, 使方程(3)等式右边以 TDB 为变量是必要的。利用 TCB 和 TDB 的关系^[12], 得到新的关系

$$\tau - T = \sum_{i=1}^3 \Delta T_i + \sum_{j=1}^7 \Delta T_j' + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4, L_B^2) \quad (4)$$

等式右边以 TDB 为变量。 $\Delta T_i (i=1, 2, 3)$ 与方程(3)中各项对应。 ΔT_1 相当于 τ 和 t 的相对论变换部分; ΔT_2 和 ΔT_3 来自 t 和 T 的相对论变换。方程(4)的细节和完整表达式在附录 A 中给出。在下一章中, 我们将用数值方法研究这个方程中的每个成分。值得注意的是, 方程(4)考虑了 TCB 和 TDB 的差异, 这在之前的工作中是被忽略的^[10-11]。

2 对 $\tau - T$ 的数值分析

按照文献[11]的作者(2013)假设的情况, 设想一个探测器从 2017-01-01 00:00:00.0000(TDB)到 2017-01-18 01 00:00:00.0000(TDB)时间内环绕火星运行。在文章的余下部分将全部以该时间起点为零点。该探测器轨道相对于火星赤道倾角为 5° 。远火点高度为 8 万 km, 近火点高度为 800 km, 轨道周期约 3.2 天。为求得方程(4)的值, 我们采用

辛普森求积公式^[13], 利用 DE405 历表给出的数据进行数值积分。即天体的位置和速度数据来自 DE405 历表, 探测器轨道由 Einstein-Infeld-Hoffmann 方程^[14]通过 7 阶 Runge-Kutta 方法^[13]数值积分得到, 步长为其开普勒周期的 1%。计算过程中计入的提供引力贡献的天体有: 太阳、八大行星、月球和三个大质量小行星: 谷神星、智神星、灶神星。

图 1 显示了 ΔT_1 [方程(A. 8)], ΔT_2 [方程(A. 9)]和 $\Delta T_1 + \Delta T_2$ 的贡献。 ΔT_1 对应 $\tau - t$ 成分, 为负值且可达到 -0.3 s/年 。 ΔT_2 对应 $t - T$ 成分, 它可达到 0.5 s/年 。因此 $\Delta T_1 + \Delta T_2$ 可达到约 0.2 s/年 的数量级。从理论和应用考虑, 一个重要的问题是区分贡献的不同来源。图 2 显示了由各个天体的引力效应和探测器的运动学效应提供的贡献。如果精确到 $\pm 1 \mu\text{s}$ 并忽略绝对值小于 $1 \mu\text{s}$ 的项, 会发现在 ΔT_1 中只需要考虑太阳, 火星, 木星, 土星和探测器速度的贡献。同样地, 图 3 除右下角外显示了各个来源对 ΔT_2 的贡献。同样精确到 $1 \mu\text{s}$, 需要考虑的项为由太阳、金星、月球、木星、土星引力和地球速度产生的影响。

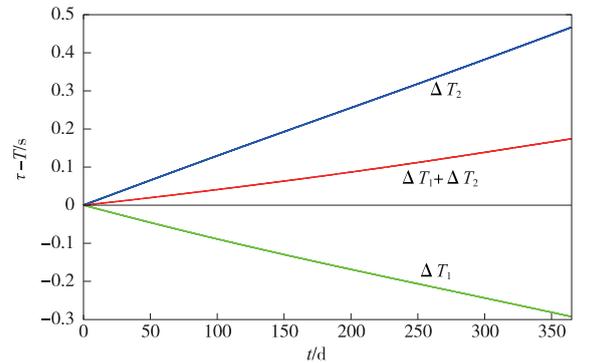


图 1 ΔT_1 , ΔT_2 以及 $\Delta T_1 + \Delta T_2$ 随时间(天)的变化曲线。其数学表达式见附录方程(A. 8)和(A. 9)

Fig. 1 Curves of ΔT_1 , ΔT_2 and $\Delta T_1 + \Delta T_2$. Their mathematical descriptions are given in Eqs. (A. 8) and (A. 9)

ΔT_3 项[附录方程(A. 10)]在探测器通信链路末端, 它取决于观测者位置。如果考虑一个地面跟踪站, ΔT_3 将受到地球自转的强烈影响, 数量级可达 $2 \mu\text{s/d}$ 。图 3 右下角 ΔT_3 曲线是假设跟踪站位于中国北京得到的。

$\Delta T_j' (j=1, 2, \dots, 7)$ 的数学表达式在附录方程(A. 11)~(A. 17)中给出。用同样方法对其分别进行数值计算后发现它们的绝对值的最大值均小于 $1 \mu\text{s}$ (详见表 1)。

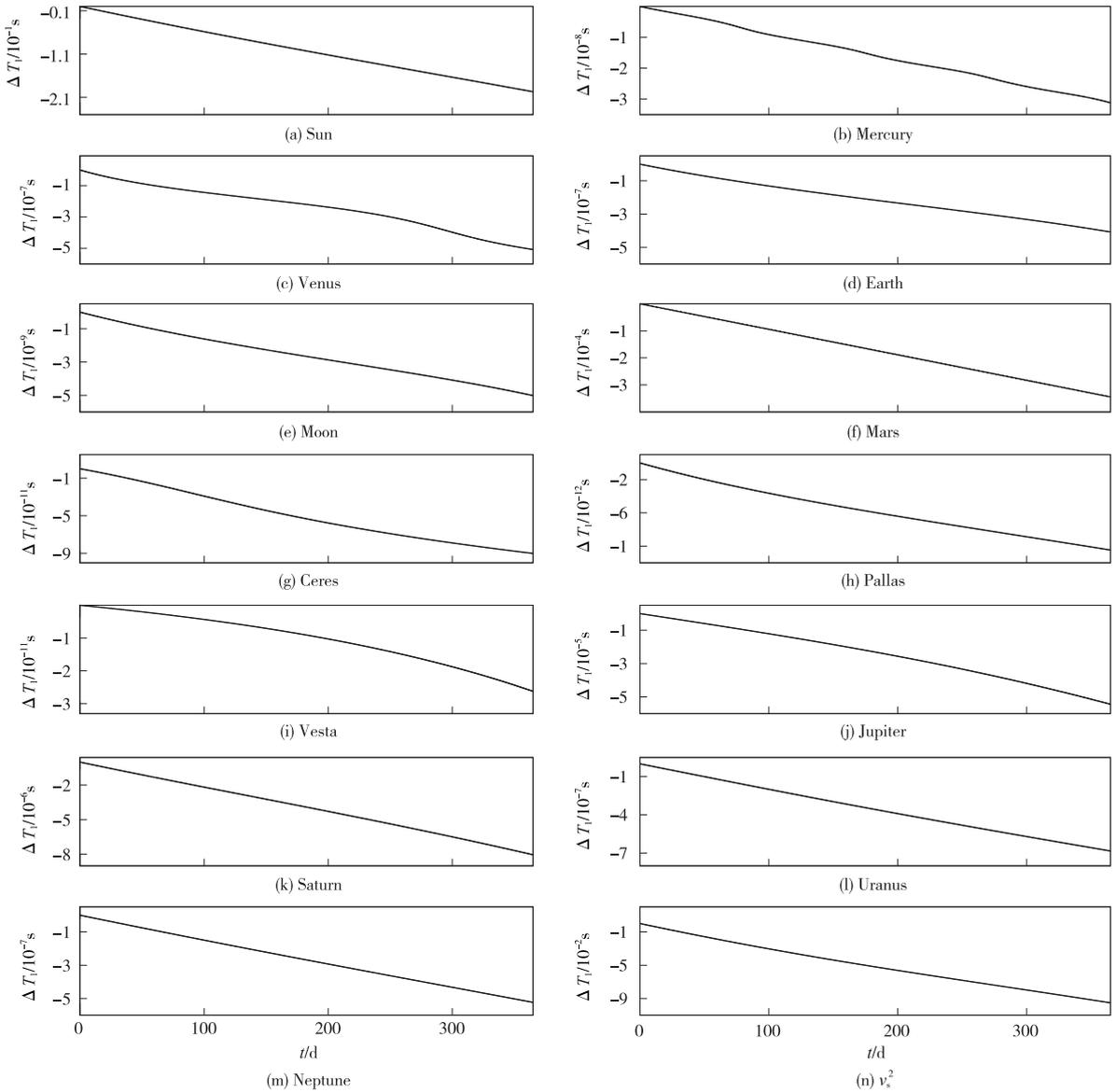


图 2 ΔT_1 中各种效应的贡献随时间(天)的变化曲线,包括:太阳(Sun)、水星(Mercury)、金星(Venus)、地球(Earth)、月球(Moon)、火星(Mars)、谷神星(Ceres)、智神星(Pallas)、灶神星(Vesta)、木星(Jupiter)、土星(Saturn)、天王星(Uranus)、海王星(Neptune)以及探测器的速度 v_s^2

Fig. 2 In ΔT_1 , contributions from the Sun, Mercury, Venus, Earth, the Moon, Mars, Ceres, Pallas, Vesta, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptune and the velocity of the spacecraft

表 1 $|\Delta T'_j| (j=1, \dots, 7)$ 的贡献最大值

Table 1 The Maximum Contributions of $|\Delta T'_j| (j=1, \dots, 7)$

项目	数据来源	最大值 ($ \Delta T'_j $)/s	项目	数据来源	最大值 ($ \Delta T'_j $)/s
$\Delta T'_1$		$\sim 5 \times 10^{-9}$	$\Delta T'_4$	Sun	$\sim 6 \times 10^{-9}$
$\Delta T'_2$		$\sim 7 \times 10^{-9}$		Mercury	$\sim 2 \times 10^{-14}$
$\Delta T'_3$	Sun	$\sim 2 \times 10^{-8}$		Venus	$\sim 5 \times 10^{-14}$
	Mercury	$\sim 6 \times 10^{-15}$		Mars	$\sim 2 \times 10^{-15}$
	Venus	$\sim 2 \times 10^{-14}$		Ceres	$\sim 2 \times 10^{-17}$
	Earth	$\sim 2 \times 10^{-13}$		Pallas	$\sim 7 \times 10^{-18}$
	Mars	$\sim 2 \times 10^{-9}$		Vesta	$\sim 8 \times 10^{-18}$
	Ceres	$\sim 2 \times 10^{-17}$		Jupiter	$\sim 8 \times 10^{-12}$
	Pallas	$\sim 5 \times 10^{-18}$		Saturn	$\sim 1 \times 10^{-12}$

续表 1

项目	数据来源	最大值 ($ \Delta T'_j $)/s	项目	数据来源	最大值 ($ \Delta T'_j $)/s
	Vesta	$\sim 2 \times 10^{-17}$	Uranus		$\sim 2 \times 10^{-14}$
	Jupiter	$\sim 2 \times 10^{-11}$	Neptune		$\sim 5 \times 10^{-15}$
	Saturn	$\sim 4 \times 10^{-11}$	$v_E \cdot a_E$		$\sim 6 \times 10^{-9}$
	Uranus	$\sim 6 \times 10^{-14}$	$\Delta T'_5$		$\sim 2 \times 10^{-7}$
	Neptune	$\sim 3 \times 10^{-14}$	$\Delta T'_6$		$\sim 8 \times 10^{-12}$
	$v_s \cdot a_s$	$\sim 6 \times 10^{-8}$	$\Delta T'_7$		$\sim 2 \times 10^{-14}$

注:包括太阳(Sun)、水星(Mercury)、金星(Venus)、地球(Earth)、月球(Moon)、火星(Mars)、谷神星(Ceres)、智神星(Pallas)、灶神星(Vesta)、木星(Jupiter)、土星(Saturn)、天王星(Uranus)、海王星(Neptune)以及太阳速度和其加速度点积 $v_s \cdot a_s$ 、地球速度和其加速度点积 $v_E \cdot a_E$ 。

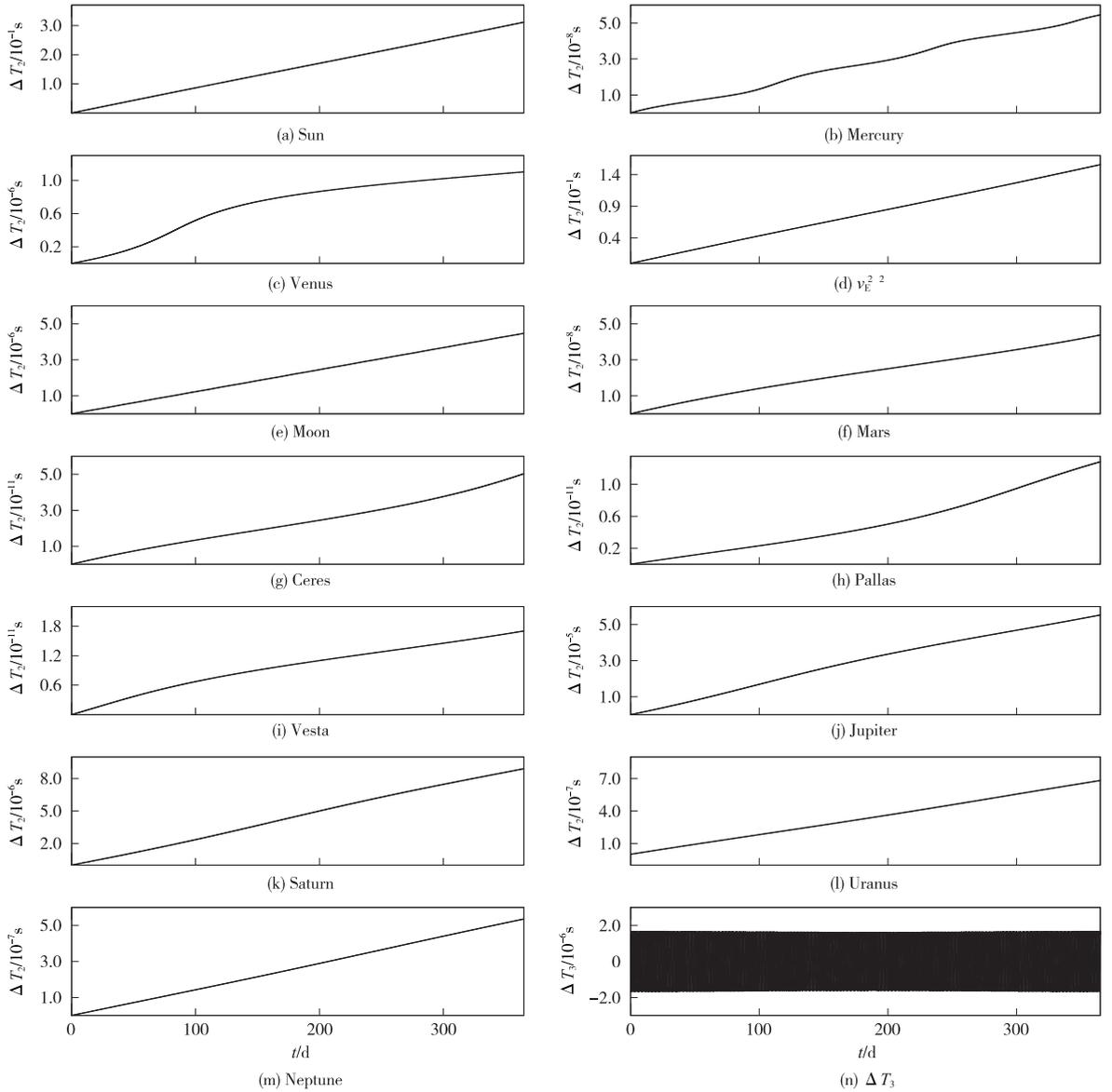


图 3 ΔT_2 中各种效应的贡献随时间(天)的变化曲线,包括:太阳(Sun)、水星(Mercury)、金星(Venus)、地球的速度 v_E^2 、月球(Moon)、火星(Mars)、谷神星(Ceres)、智神星(Pallas)、灶神星(Vesta)、木星(Jupiter)、土星(Saturn)、天王星(Uranus)、海王星(Neptune)及图(n)(基于一个位于中国北京的观测站得到的 ΔT_3 线)

Fig. 3 In ΔT_2 , contributions from the Sun, Mercury, Venus, the velocity of the Earth, the Moon, Mars, Ceres, Pallas, Vesta, Jupiter, Saturn, Uranus, and Neptune; the curve of ΔT_3 is shown in the bottom right corner for a station located in Beijing, China

3 结论与讨论

在这篇文章中,以类“萤火 1 号”任务作为例子,研究了星载钟原时 τ 和 TCG 的相对论变换,扩展了先前关于 τ 和 TCB 相对论变换的工作。发现 τ 和 TCG 的差可达 0.2 s/年。如果精确到 1 μ s,这一相对论变换必须考虑太阳、金星、月球、火星、木星和土星的引力影响以及地球和探测器的速度影响。

4 附录 A: $\tau-T$: 以 TDB 为变量

作为历表的时间引数, TDB 由下式^[12]由 TCB 得到:

$$TDB = TCB - L_B \times (JD_{TCB} - T_0) \times 86\,400s + TDB_0 \quad (A.1)$$

其中: JD_{TCB} 为 TCB 的儒略日; $T_0 = 2\,443\,144.537\,25$; $L_B = 1.550\,519\,768 \times 10^{-8}$; $TDB_0 = -6.55 \times 10^{-5}$ s 为定义好的常量。喷气推

进实验室将儒略日作为星历表时间引数,因此将上式表为儒略日形式,有

$$JD_{TDB} = JD_{TCB} - L_B \times (JD_{TCB} - T_0) + JD_{TDB_0} \quad (\text{A. 2})$$

其中, $JD_{TDB_0} = TDB_0 / (86\,400 \text{ s}) = -7.581\,018\,518\,5 \times 10^{-10}$ 。由此可得

$$JD_{TCB} = JD_{TDB} + g_{JD}(JD_{TDB}) + O(L_B^2) \quad (\text{A. 3})$$

其中, $g_{JD}(JD_{TDB}) \equiv L_B \times (JD_{TDB} - T_0) - (1 + L_B)JD_{TDB_0}$ 。

有关 JD_{TCB} 的方程可展开为

$$\begin{aligned} f(JD_{TCB}) &= f[JD_{TDB} + g_{JD}(JD_{TDB}) + O(L_B^2)] = \\ &= f(JD_{TDB}) + g_s(JD_{TDB}) \frac{df}{dt} \Big|_{t=JD_{TDB}} + O(L_B^2) \end{aligned} \quad (\text{A. 4})$$

其中, $g_s(JD_{TDB}) = g_{JD}(JD_{TDB}) \times 86\,400 \text{ s}$ 。令 $\tilde{T} \equiv TDB$, 则有 $d\tilde{T} = (1 - L_B)dt$, 得到

$$\begin{aligned} \tau - t &= -\epsilon^2 \int_{t_0}^t \left(\sum_A \frac{G_{mA}}{r_{sA}} + \frac{v_s^2}{2} \right) dt + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4) = \\ &= -\epsilon^2 (1 + L_B) \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left(\sum_A \frac{G_{mA}}{r_{sA}} + \frac{\tilde{v}_s^2}{2} \right) d\tilde{T} - \\ &= \epsilon^2 \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left[-\sum_A \frac{G_{mA}}{r_{sA}^3} (\tilde{r}_{sA} \cdot \tilde{v}_{sA}) + \tilde{v}_s \cdot \tilde{a}_s \right] \times \\ &= [g_s(JD_{\tilde{T}}) - L_B TDB_0] d\tilde{T} + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4, L_B^2) \end{aligned} \quad (\text{A. 5})$$

其中, $\tilde{r}_{sA} = |x_s(\tilde{T}) - x_A(\tilde{T})|$, $\tilde{v}_s = v_s(\tilde{T})$ 。以下带波浪的量表示在时间 \tilde{T} 取值。同样地, t 和 T 的关系可展开为

$$\begin{aligned} t - T &= \epsilon^2 \int_{t_0}^t \left[\sum_{A \neq E} \frac{G_{mA}}{r_{EA}} + \frac{v_E^2}{2} \right] dt + \\ &= \epsilon^2 v_E \cdot (x - x_E) + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4) = \\ &= +\epsilon^2 (1 + L_B) \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left(\sum_{A \neq E} \frac{G_{mA}}{r_{EA}} + \frac{\tilde{v}_E^2}{2} \right) d\tilde{T} + \\ &= \epsilon^2 \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left[-\sum_{A \neq E} \frac{G_{mA}}{r_{EA}^3} (\tilde{r}_{EA} \cdot \tilde{v}_{EA}) + \tilde{v}_E \cdot \tilde{a}_E \right] \times \\ &= [g_s(JD_{\tilde{T}}) - L_B TDB_0] d\tilde{T} + \epsilon^2 \tilde{v}_E \cdot (x - \\ &= \tilde{x}_E) - \epsilon^2 g_s(JD_{\tilde{T}}) \tilde{v}_E^2 + \epsilon^2 g_s(JD_{\tilde{T}}) \tilde{a}_E \cdot (x - \\ &= \tilde{x}_E) - \epsilon^2 g_s^2(JD_{\tilde{T}}) \tilde{a}_E \cdot \tilde{v}_E + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4, L_B^2) \end{aligned} \quad (\text{A. 6})$$

联合方程(A. 5)和(A. 6), 最终将得到

$$\tau - T = \sum_{i=1}^3 \Delta T_i + \sum_{j=1}^7 \Delta T'_j + O(\epsilon^2 J_n^{(A)}, \epsilon^4, L_B^2) \quad (\text{A. 7})$$

其中

$$\Delta T_1 = -\epsilon^2 \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left(\sum_A \frac{G_{mA}}{r_{sA}} + \frac{v_s^2}{2} \right) d\tilde{T} \quad (\text{A. 8})$$

$$\Delta T_2 = \epsilon^2 \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left(\sum_{A \neq E} \frac{G_{mA}}{r_{EA}} + \frac{v_E^2}{2} \right) d\tilde{T} \quad (\text{A. 9})$$

$$\Delta T_3 = \epsilon^2 \tilde{v}_E \cdot (x - \tilde{x}_E) \quad (\text{A. 10})$$

$$\Delta T'_1 = -\epsilon^2 \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left(\sum_A \frac{G_{mA}}{r_{sA}} + \frac{v_s^2}{2} \right) d\tilde{T} \quad (\text{A. 11})$$

$$\Delta T'_2 = +\epsilon^2 L_B \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left(\sum_{A \neq E} \frac{G_{mA}}{r_{EA}} + \frac{v_E^2}{2} \right) d\tilde{T} \quad (\text{A. 12})$$

$$\begin{aligned} \Delta T'_3 &= -\epsilon^2 \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left[-\sum_A \frac{G_{mA}}{r_{sA}^3} (\tilde{r}_{sA} \cdot \tilde{v}_{sA}) + \tilde{v}_s \cdot \tilde{a}_s \right] \times \\ &= [g_s(JD_{\tilde{T}}) - L_B TDB_0] d\tilde{T} \end{aligned} \quad (\text{A. 13})$$

$$\begin{aligned} \Delta T'_4 &= +\epsilon^2 \int_{\tilde{T}_0}^{\tilde{T}} \left[-\sum_{A \neq E} \frac{G_{mA}}{r_{EA}^3} (\tilde{r}_{EA} \cdot \tilde{v}_{EA}) + \tilde{v}_E \cdot \tilde{a}_E \right] \times \\ &= [g_s(JD_{\tilde{T}}) - L_B TDB_0] d\tilde{T} \end{aligned} \quad (\text{A. 14})$$

$$\Delta T'_5 = -\epsilon^2 g_s(JD_{\tilde{T}}) \tilde{v}_E^2 \quad (\text{A. 15})$$

$$\Delta T'_6 = +\epsilon^2 g_s(JD_{\tilde{T}}) \tilde{a}_E \cdot (x - \tilde{x}_E) \quad (\text{A. 16})$$

$$\Delta T'_7 = -\epsilon^2 g_s^2(JD_{\tilde{T}}) \tilde{a}_E \cdot \tilde{v}_E \quad (\text{A. 17})$$

参 考 文 献

- [1] Nelson R. Relativistic time transfer in the vicinity of the Earth and in the solar system[J]. Metrologia, 2011, 48(4): 171-180.
- [2] Bertotti B, Iess L, Tortora P. A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft[J]. Nature, 2003, 425(6956): 374-376.
- [3] Ni Jensen J, Weaver G. The in-flight frequency behavior of two ultra-stable oscillators onboard the new horizons spacecraft[C] // Proc. Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, 39th, Long Beach, CA: [s. n.], 2007: 79-93.
- [4] Misner C, Thorne K, Wheeler J. Gravitation [M]. San Francisco: W. H. Freeman and Co., 1973: 393-398.
- [5] Soffel M, Klioner S, Petit G, et al. The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics, and metrology in the relativistic framework: explanatory supplement[J]. AJ, 2003, 126(6): 2687-2706.
- [6] Ping J, Qian Z, Hong X, et al. Brief Introduction About Chinese Martian Mission Yinghuo-1 [C] // Lunar and Planetary Science Conference, 41st, The Woodlands, Texas: [s. n.], 2010: 1060.
- [7] Ping J, Shang K, Jian N, et al. Brief introduction of YINGHUO-1 Mars orbiter and open-loop tracking techniques [C] // Proceedings of the Asia-Pacific International Conference on Gravitation and Astrophysics, 9th, Wuhan: [s. n.], 2010: 225-232.
- [8] Deng X, Xie Y. The effect of $f(T)$ gravity on an

- interplanetary clock and its time transfer link[J]. *Research in Astron. Astrophys.* 2013,13(10):1225–1230.
- [9] Deng X, Xie Y. Yukawa effects on the clock onboard a drag-free satellite[J]. *MNRAS*, 2013,431(4):3236–3239.
- [10] Deng X. The transformation between τ and TCB for deep space missions under IAU resolutions [J]. *Research in Astron. Astrophys.*, 2012,12(6):703–712.
- [11] Pan J, Xie Y. Relativistic transformation between τ and TCB for Mars missions: fourier analysis on its accessibility with clock offset [J]. *Research in Astron. Astrophys.*, 2013, 13(11):1358–1362.
- [12] Petit G, Luzum B, IERS Conventions[M]. (IERS Technical Note; 36) Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, 2010: 151–152.
- [13] Stoer J, Bulirsch R. Introduction to Numerical Analysis [M]. New York: Springer, 2002:491–498.
- [14] Einstein A, Infeld L, Hoffmann B. The gravitational equations and the problem of motion [J]. *Annals of Mathematics*, 1938,39(1):65–100.

作者简介:

谢懿(1981—),男,博士,副教授,主要研究方向:基本天文学。
通信地址:江苏省南京市汉口路 22 号南京大学天文与空间科学学院(210093)

电话:(025)89681230

E-mail:yixie@nju.edu.cn

Relativistic Transformation between the Proper Time τ and TCG for Mars Missions

PAN Junyang¹, XIE Yi^{1,2,3}

(1. Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093, China; 2. Shanghai Key Laboratory of Space Navigation and Position Techniques, Shanghai 200030, China; 3. Key Laboratory of Modern Astronomy and Astrophysics, Nanjing University, Ministry of Education, Nanjing 210093, China)

Abstract: Considering the fact that the general theory of relativity has become a part of deep space missions, we investigate the relativistic transformation between the proper time of an onboard clock τ and the geocentric coordinate time (TCG) for Mars missions. By connecting τ with this local timescale associated with the Earth, we extend previous works which focus on the transformation between τ and the barycentric coordinate time (TCB). (TCB is the global coordinate time for the whole solar system.) For practical convenience, the relation between τ and TCG is recast to directly depend on quantities which can be read from ephemerides. We find that the difference between τ and TCG can reach the level of about 0 : 2 seconds in a year. To distinguish various sources in the transformation, we numerically calculate the contributions caused by the Sun, eight planets, three large asteroids and the spacecraft. It is found that if the threshold of 1 microsecond is adopted, this transformation must include effects due to the Sun, Venus, the Moon, Mars, Jupiter, Saturn and the velocities of the spacecraft and Earth.

Key words: reference systems; time; numerical method; space vehicles

[责任编辑:宋宏]