

# 一种小推力借力飞行转移轨道初始设计方法

郑博, 张泽旭, 周浩, 揭昭斌, 崔祐涛

(哈尔滨工业大学 深空探测基础研究中心, 哈尔滨 150080)

**摘要:**提出一种基于正弦指数函数的小推力借力飞行转移轨道初始设计方法。建立极坐标形式的正弦指数函数表达式,用于模拟小推力转移轨道,并用绕圈参数和飞行路径角对转移轨道的参数进行表征;在约束条件下对转移轨道参数进行离散化处理,求解转移轨道与目标星投射轨道在参考面内的交点,计算到达目标轨道时刻的极角,进而得出小推力转移轨道的初始设计参数;设计了地球—木星的火星借力小推力转移轨道,仿真结果验证了该方法在小推力转移轨道初始设计中的快速性与准确性。

**关键词:**小推力转移轨道;借力飞行轨道;投射轨道;正弦指数函数;轨道初始设计

**中图分类号:** V41      **文献标识码:** A      **文章编号:** 2095-7777(2015)03-0256-06

**DOI:**10.15982/j.issn.2095-7777.2015.03.011

## 0 引言

在行星际深空探测任务中,脉冲转移方式所需的巨大发射能量是探测任务面临的重大难题。因此,一种以节省能量为出发点的借力飞行技术引起了科学家们的兴趣。早在19世纪,Tisserand等(1982,1988)在解释彗星轨道的改变时就引入了借力飞行的概念<sup>[1-2]</sup>。1974年2月,美国发射了“水手10号”水星探测器,通过一次金星借力成功实现了与水星的交会,这是借力飞行技术在实际轨道任务中的首次应用<sup>[3]</sup>。此后,“旅行者号”“星尘号”“伽利略一号”及“伽利略二号”等探测器都使用了借力飞行轨道设计,使借力飞行技术的发展愈发成熟<sup>[4-5]</sup>。将借力飞行技术与高效的连续小推力技术相结合,这种轨道设计方式在行星际探测中会有更明显的优势,不但可以使探测器消耗更少的燃料,还可以为任务设计提供更多的转移方案选择。

小推力轨道设计问题本质上是最优控制问题(optimal control problem),其中,状态变量为位移、速度矢量和探测器初始质量,控制变量为推力矢量<sup>[6-10]</sup>。这些优化方法都离不开初值猜测的部分,然而初值猜测很敏感,尤其在借力飞行轨道设计中,需要设计者丰富的经验,很小的偏差就会导致优化结果严重不收敛。又由于小推力动力学方程具有很

强的非线性,不存在闭环解析解,这些影响因素对小推力轨道的优化设计造成了极大的困扰<sup>[11-12]</sup>。为了快速得到小推力转移轨道,Petropoulos等(2003,2004)<sup>[13-14]</sup>提出了利用正弦指数函数逼近小推力转移轨道的设计方法,并成功设计了地球—Ceres小行星的火星借力飞行转移轨道。本文在该方法的基础上,研究了约束条件下的小推力转移轨道设计方法,该方法可以有效地对小推力借力飞行转移轨道进行初值估计,为设计者提供了快速、直观、概括性的设计参数范围,也为其他轨道优化方法提供了一个良好的开端。

## 1 基于正弦指数函数的小推力转移轨道理论基础

基于正弦指数函数的小推力转移轨道设计中,不同的小推力转移轨道曲线可以用正弦指数函数进行模拟,正弦指数函数的极坐标表达式为

$$r = k_0 e^{k_1 \sin(k_2 \theta + \phi)} \quad (1)$$

式中, $k_0$ 、 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $\phi$ 为常数。 $k_0$ 为比例系数,调节正弦指数函数到达的范围; $k_1$ 控制远心点距离与近心点距离的比值; $k_2$ 为绕圈系数, $k_2$ 值越小,从近心点运动到远心点环绕的圈数越多; $\phi$ 控制正弦指数函数在平面内的方向。图1为 $k_0$ 、 $k_1$ 、 $k_2$ 对正弦指数函数的影响,其中图1(a)为 $k_0$ 对正弦指数函数形状

收稿日期:2015-01-01 修回日期:2015-06-09

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973计划)(2012CB720000);国家自然科学基金资助项目(61374213);装备预研共用技术基金资助项目(9140A04030113HT01049);中国航天科技集团公司航天创新基金(CASC201312)资助课题

的影响；图 1(b)为  $k_1$  对正弦指数函数形状的影响；图 1(c)和图 1(d)分别为  $k_2 = 2/3$  情况下和  $k_2 = 2/11$  情况下，由近心点画到远心点的曲线，图 1(c)

和图 1(d)的对比为  $k_2$  对正弦指数函数形状的影响。

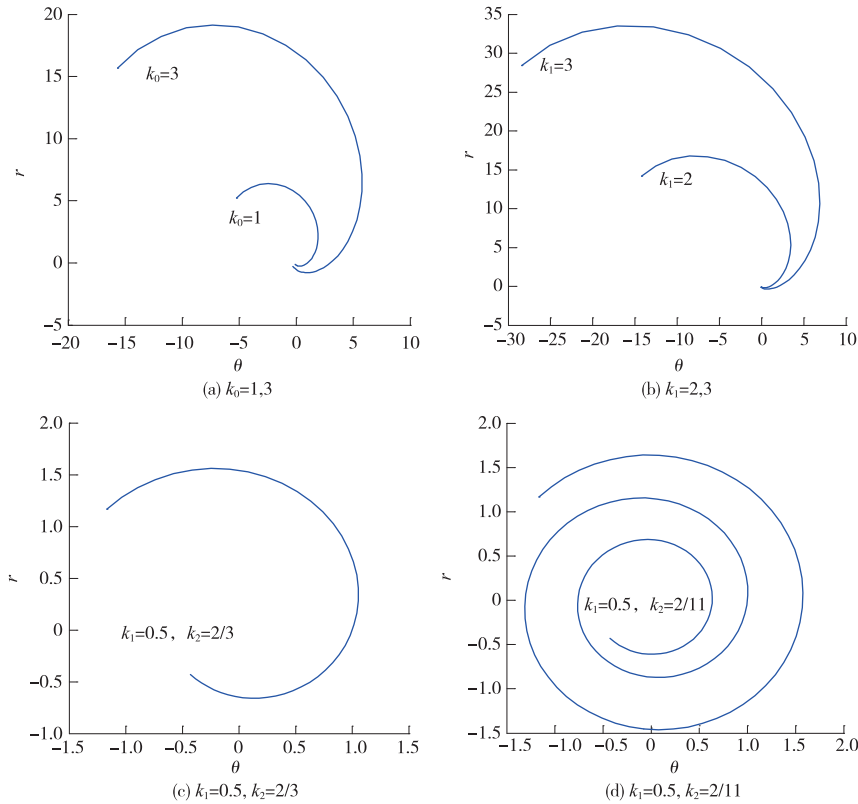


图 1  $k_0, k_1$  及  $k_2$  的变化对正弦函数的影响

Fig. 1 The influence of changes of  $k_0, k_1$  and  $k_2$  to exponential sinusoid function

在轨道上的不同位置的推力方向不同，加速度大小也不同，本文假设推力方向沿着速度矢量方向，即推力方向与速度方向始终保持  $0^\circ$  或者  $180^\circ$ 。这是最基本的分析情况，这种情况下的奇异点较少，并且对于飞越任务和交会任务而言，这种情况下的加速度大小在可接受的范围内，因此我们基于这种假设，进行研究。

二体运动的运动学方程极坐标  $(r, \theta)$  下的表示形式为

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \frac{\mu}{r^2} = F \sin \alpha \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) = F \cos \alpha \quad (3)$$

式中： $\mu$  为中心天体的引力常数； $F$  为推力加速度的大小； $\alpha$  为推力角。定义归一化的加速度大小为

$$a \equiv F / (\mu / r^2) \quad (4)$$

式中： $F$  为推力加速度； $\mu / r^2$  为当地重力加速度； $r$  为位置矢量。

定义  $\gamma$  为飞行路径角，即探测器速度矢量方向与位置矢量方向的夹角，通过几何推导，可以得出  $\tan \gamma = (dr/d\theta) / r$ ，结合式(1)，可得

$$\tan \gamma = k_1 k_2 \cos(k_2 \theta + \phi) \quad (5)$$

将式(1)~式(5)联立，可以得出角速度  $\dot{\theta}$  和归一化加速度  $a$  的解析表达式

$$\dot{\theta}^2 = \left(\frac{\mu}{r^3}\right) \frac{1}{\tan^2 \gamma + k_1 k_2^2 s + 1} \quad (6)$$

$$a = \frac{(-1)^n \tan \gamma}{2 \cos \gamma} \left[ \frac{1}{\tan^2 \gamma + k_1 k_2^2 s + 1} - \frac{k_2^2 (1 - 2k_1 s)}{(\tan^2 \gamma + k_1 k_2^2 s + 1)^2} \right] \quad (7)$$

式中， $s$  定义为

$$s \equiv \sin(k_2 \theta + \phi) \quad (8)$$

推力角  $\alpha$  可以表示为

$$\alpha = \gamma + n\pi \quad (9)$$

式中： $n$  为整数， $n$  的选取要使式(7)的等号右面的式子为正， $n=0$  时，推力方向与速度方向相同， $n=1$  时，推力方向与速度方向相反。式(7)将归一化的

加速度作为位置函数。

式(6)适用于顺行轨道的情况,也适用于逆行轨道的情况,逆行轨道只需  $\dot{\theta} < 0$  即可。为了研究方便,选取  $\dot{\theta} > 0$  时的顺行轨道情况。

为了避免式(6)在近心点附近( $s = -1$ )出现奇异点,有约束条件  $1 - k_1 k_2^2 > 0$ ,此约束条件可以保证式(6)等号右面始终为正。

同时, $a$ 和 $\dot{\theta}$ 的值也不应过大, $a$ 和 $\dot{\theta}$ 的值的大小与任务设计相关,需要考虑推力器的推进能力等,任务设计中可以将控制 $a$ 和 $\dot{\theta}$ 的上限值转化为控制 $k_1 k_2^2$ 的上限值。

## 2 小推力转移轨道初始设计

对于小推力转移轨道有两种常用的设计方式,全程小推力推进方式和推进—滑行—推进方式,推进段的转移轨道轮廓方程可以由正弦指数函数模拟法求得,滑行段的转移轨道可以通过解二体问题得到。

对于全程小推力推进方式,将发射日期 $tL$ 和双曲超速 $v_\infty$ 离散化,计算每一对数据( $tL, v_\infty$ )所对应的转移轨道。假设 $v_\infty$ 在轨道平面内,方向可以指向任意方向。对于飞越型借力轨道, $B$ 平面角假设为 $0^\circ$ 或者 $180^\circ$ ,借力后速度的转角由借力高度决定。

对于每一个双曲超速 $v_\infty$ ,探测器都有对应的飞行路径角和角速度,即 $\tan \gamma$ 和 $\dot{\theta}$ 。定义式(6)中的 $k_1 k_2^2 s$ 为变量 $k_{12s}$ ,

$$k_{12s} = k_1 k_2^2 s \quad (10)$$

再结合三角函数关系式 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 及式(5),可得

$$k_1^2 k_2^4 - k_2^2 \tan^2 \gamma - k_{12s}^2 = 0 \quad (11)$$

式中的 $k_1$ 和 $k_2$ 是两个不确定参数,因此,选取 $k_2$ 为自由变量,进行轨道设计。

为了避免在近心点附近出现奇异,前文已经提过需要有如下约束条件

$$1 - k_1 k_2^2 > 0 \quad (12)$$

式(12)可以保证式(6)等号右面始终为正。当 $\dot{\theta} \leq 0$ 时,正弦指数函数的方式不能用于模拟正切推力假设下的轨道。

对于实际轨道设计, $k_1, k_2$ 需要有上限的约束,因为当 $1 - k_1 k_2^2 \rightarrow 0$ 时,小推力的加速度大小将会大幅超过目前推进器的推进水平。 $k_1$ 值应该取一个较高的上限,以保证探测器对目标星的探测轨道能够实现;根据实际工程经验, $k_2$ 值可以取0.01为下

限,因为在实际转移轨道中探测器的绕飞圈数不能超过50圈。

$k_2$ 值的上限是根据探测目标的轨道特性与初始轨道特性的关系而定的:

1)从地球轨道向地球轨道外的目标星转移,其轨道在黄道面的投影的近心点距离 $\rho_{\min}$ 比探测器当前轨道半径 $r_B$ 大,根据式(1)~式(11)可知

$$k_2^2 \leq \frac{\tan^2 \gamma - 2k_{12s} \ln(\rho_{\min}/r_B)}{[\ln(\rho_{\min}/r_B)]^2} \quad (13)$$

2)从地球轨道向地球轨道内的目标星转移,其轨道在黄道面的投影的远心点距离 $\rho_{\max}$ 比探测器当前轨道半径 $r_B$ 小,根据式(1)~式(11)可知

$$k_2^2 \leq \frac{\tan^2 \gamma + 2k_{12s} \ln(r_B/\rho_{\max})}{[\ln(r_B/\rho_{\max})]^2} \quad (14)$$

除此之外,对任何探测目标, $k_2$ 没有其他上限约束。

综上所述,对于给定的转角,小推力转移轨道的设计即是寻找合适的 $k_2$ 值,使得探测器在合适的时间与目标天体交会。当 $k_2$ 值确定,探测器转移飞行时间TOF便确定。将 $k_2$ 值进行离散化处理,对于每一步的 $k_2$ 值计算转移轨道与目标星轨道的交点,该交点的求解并不存在解析的方法,需要根据初值猜测,采用定步长和定搜索方向的牛顿法求解。通过积分可得探测器的飞行时间TOF,结合出发时间 $tL$ ,可求得探测器到达该交点时刻探测器—太阳—目标星之间的夹角 $MA$ ,称为错位角。若 $MA > 0$ ,则探测器落后于目标星;若 $MA < 0$ ,则探测器超前于目标星;若 $MA = 0$ ,探测器与目标星相遇。为了使探测器飞越目标星或者与目标星交会,需要寻找使错位角 $MA = 0$ 时的 $k_2$ 值。对于正弦指数函数模拟的转移轨道,求解过程中与目标星轨道的交点不止一个,最多仅取两次的外向相交交点和两次内向相交交点,对于后面的交点不予以考虑,因为这些交点会消耗较多的推进剂或者与第一个交点重合。

对于探测器转移轨道与目标星轨道在参考面内的交点,可以用下面方法求得。假设目标星轨道半正焦弦为 $p$ ,偏心率为 $e$ ,此轨道在参考面内的投影半径为 $\rho$ ,根据几何关系推导,则有

$$\rho = p |\cos i| / \{ \sqrt{1 - \sin^2 i \cos^2 \theta} + e [ |\cos i| \cos \omega \cos \theta + \text{sgn}(\cos i) \sin \omega \sin \theta ] \} \quad (15)$$

式中: $i$ 为目标星轨道相对于参考面的轨道倾角; $\theta$ 为目标星在参考面内的极角; $\omega$ 为目标星在参考面

内的近心点幅角。 $\theta$  和  $\omega$  都是从  $x$  轴的正向测量,  $x$  轴是从太阳指向目标星的升交点。

为了求得探测器转移轨道与行星投射轨道的交点, 需要求解式(15)的形状曲线方程或者式(1)的形状曲线方程。这两种情况下,  $\rho$  和  $r$  均是以  $\theta$  为变量的函数, 对于此交点的求解, 可以通过定步长和定搜索方向的牛顿法求解  $d_i$  的根

$$d_i(\theta) = 1/\rho(\theta) - 1/r(\theta) = 0 \quad (16)$$

式中:  $\theta$  为极角;  $r(\theta)$  为转移轨道方程;  $\rho(\theta)$  为投射轨道方程, 取轨道半径的倒数是为了简化牛顿法的表达式, 并且提高计算和收敛的速度。

具体寻找  $d_i(\theta) = 0$  根的方法可以通过寻找 Ceres 小行星的投射轨道与转移轨道的交点为例进行阐述。假设正弦指数函数模拟的转移轨道近心点为 0.8 AU, 远心点为 3.1 AU, 正弦指数函数各参数分别为  $k_0 = 1.5747, k_1 = 0.6773, k_2 = 0.100, \phi = 0.1\pi$ 。Ceres 小行星半长轴  $a = 2.77$  AU, 偏心率  $e = 0.077$ , 轨道倾角  $i = 10.6^\circ$ , 近日点为 2.5468 AU, 远心点为 2.9858 AU。正弦指数函数转移轨道的半径  $r(\theta)$  与 Ceres 小行星投射轨道半径  $\rho(\theta)$  均为  $\theta$  的函数, 图 2 为正弦指数函数转移轨道与 Ceres 小行星投射轨道在黄道平面的交点图, 将  $r(\theta)$  与  $\rho(\theta)$  一起作图, 投射轨道的下界  $\rho_n$  为 Ceres 的近日点半径乘以  $|\cos i|$ , 投射轨道的上界  $\rho_x$  为 Ceres 的远日点半径。图 3 为  $d_i(\theta)$  随  $\theta$  变化的曲线图。

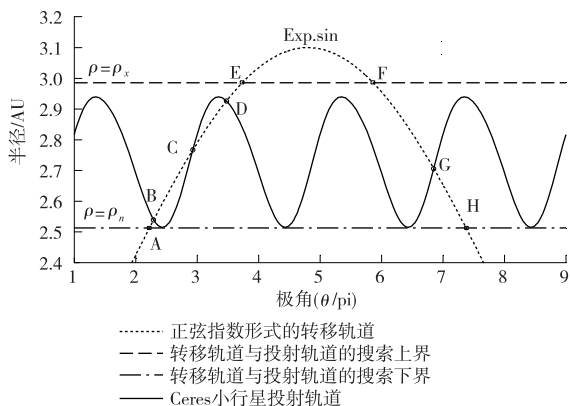


图 2 正弦指数函数转移轨道与 Ceres 小行星投射轨道在黄道平面的交点图

Fig. 2 The intersection points of transfer trajectories based on exponential sinusoid function with Ceres asteroid's projected trajectories

假设 Ceres 小行星的轨道在探测器的初始轨道的外侧, 正弦指数函数转移轨道与 Ceres 投射轨道在黄道面的交点分别为 B、C、D、G 四个交点, 这四个点的值也是  $d_i(\theta) = 0$  的根, 取 B、C 两个外向交

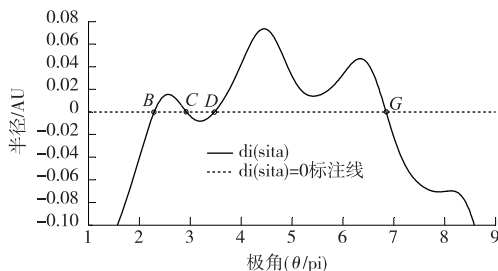


图 3  $d_i(\theta)$  随  $\theta$  变化的曲线图

Fig. 3 The graph of changes of  $d_i(\theta)$  with parameter  $\theta$

点和 G 内向交点(只有一个内向交点)作为参考值继续求解, 通过交点的各参数, 可以求得转移轨道与目标星轨道交会时的极角、到达时间与轨道半径。

### 3 小推力借力飞行转移轨道的搜索过程

不妨取  $\theta_1 = 0$ , 则第一次借力轨道搜索步骤如下:

- 1) 确定探测器的发射速度范围和发射日期范围, 取特定的发射速度大小  $v_{\infty 1}$ , 将发射飞行路径角  $\gamma_1$  和发射时间离散化;
- 2) 由发射时刻  $t_L$  可得探测器初始位置矢量  $\mathbf{r}_1 = k_0 e^{k_1 \sin \phi}$ , 探测器角速度  $\dot{\theta}_1 = v_{\infty 1} \cos \gamma_1 / r_1$ , 由式(1)~式(6)及式(11)推导可得

$$k_0 = r_1 \exp \left( - \frac{\frac{\mu}{\dot{\theta}_1^2 r_1^3} - \tan \gamma_1 - 1}{k_2^2} \right) \quad (17)$$

$$\tan \phi = \frac{k_2}{\tan \gamma_1} \ln \frac{r_1}{k_0} \quad (18)$$

$$k_1 = \frac{\tan \gamma_1}{k_2 \cos \phi} \quad (19)$$

- 3) 获得  $k_2$  的约束条件, 由式(12)可得约束条件  $k_1 k_2^2 < 1$

对于从地球出发的探测器朝地球轨道之外的目标星转移, 由式(13)得

$$0.01 < k_2 \leq \sqrt{\frac{\tan^2 \gamma_1 - 2k_{12s} \ln(\rho_{\min}/r_1)}{\ln^2(\rho_{\min}/r_1)}} \quad (21)$$

对于从地球出发的探测器朝地球轨道之内的目标星转移, 由式(14)得

$$0.01 < k_2 \leq \sqrt{\frac{\tan^2 \gamma_1 + 2k_{12s} \ln(r_1/\rho_{\max})}{\ln^2(r_1/\rho_{\max})}} \quad (22)$$

4) 将  $k_2$  离散化处理, 对于每一个  $k_2$  值可由式(17)~式(19)得到正弦指数函数其他参数的值, 得到正弦指数函数



$$r(\theta) = k_0 e^{[k_1 \sin(k_2 \theta + \phi)]}$$

5) 根据上文的求根方法求出正弦指数函数与目标星在参考面内的投射轨道曲线的交点  $(r_2, \theta_2)$ , 进而积分求出探测器此阶段的飞行时间

$$TOF = \int_0^{\theta_2} \sqrt{(\tan^2 \gamma + k_{12s} + 1)r^3 / \mu} d\theta$$

6) 根据发射日期, 可得探测器到达目标星的交会日期  $tA$ , 根据星历得到目标星的位置矢量, 则可求出探测器—太阳—目标星之间的错位角  $MA$ , 如果  $MA=0$ , 则所得的轨道为可行的借力轨道之一。

7) 将到达借力目标的探测器轨道参数和到达时刻作为探测器从借力天体出发时刻的轨道参数和发射时刻, 重复以上步骤进行下一段的轨道设计。

### 4 E-M-J 小推力借力飞行转移轨道初始设计

本节以木星(Jupiter)为探测目标, 设计了从地球(Earth)出发, 途经火星(Mars)借力, 到达木星(Jupiter)的基于正弦指数函数的小推力借力飞行转移轨道。设计的约束条件如表 1 所示。

表 1 任务约束条件

Table 1 The constraints of missions.

约束参数	约束条件
发动机比冲/s	3 200
发射时间	2015/1/1—2025/1/1
逃逸双曲超速/( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )	0.0~2.0
第一段轨道转移时间/d	150~500
第二段轨道转移时间/d	500~1 000
飞行圈数	$N < 2$
小推力加速度/( $\text{mm} \cdot \text{s}^{-2}$ )	1.5

根据第 3 节小推力借力飞行转移轨道的搜索过程, 选择到达速度小于  $2 \text{ km/s}$  的初始轨道设计参数如表 2 所示。

表 2 初始轨道设计参数

Table 2 The initial design parameters of low thrust transfer trajectory

轨道设计参数	参数值
发射时刻	2016/4/28
借力时刻	2016/10/14
到达时刻	2018/10/27
E-M 段飞行时间/d	169
M-J 段飞行时间/d	743
E-M-J 飞行时间/d	912
到达双曲超速大小/( $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ )	0.153

小推力借力飞行转移轨道示意图如图 4 所示。图 4 中, 内侧细点线绘制的轨道为地球(Earth)

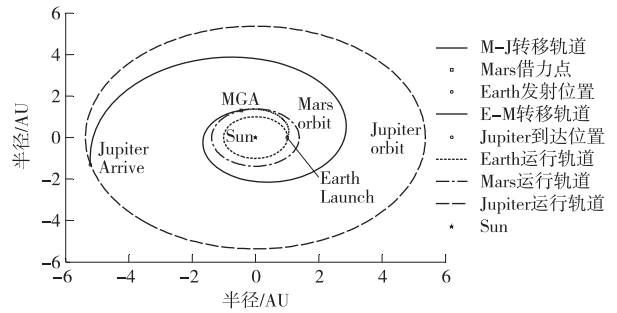


图 4 E-M-J 小推力借力飞行转移轨道示意图

Fig. 4 The low thrust transfer trajectory using gravity-assist by Mars based on exponential sinusoid function from Earth to Jupiter

运行轨道; 中部点划线绘制的轨道为火星(Mars)运行轨道; 外侧划线绘制的轨道为木星(Jupiter)运行轨道; 粗点线绘制的轨道为 E-M 转移轨道; 实线绘制的轨道为 M-J 转移轨道; 方框表示火星借力点; 圆圈表示探测器始末位置; 中心天体为太阳。

### 5 结论

仿真算例结果表明, 基于正弦指数函数的小推力借力飞行转移轨道初始设计方法能够快速、直观、准确地搜索到轨道设计的初始参数。这种方法具有解析的表达形式, 不需要数值积分, 并且在求解转移轨道与目标星投射轨道时只需要一次求根计算, 适用于小推力借力飞行轨道设计的快速求解。此外, 可以在该研究方法的基础上, 将正切推力方向的假设向任意推力方向假设改进, 减小该方法设计的初始转移轨道与实际优化轨道之间的偏差。

### 参考文献

[ 1 ] Broucke R A. The celestial mechanics of gravity assist[C]// Astrodynamics Conference. [S.l.]: AIAA, 1988:88 - 4220.

[ 2 ] Roy A E. Orbital Motion[M]. England: Adam Hilger Ltd, 1982:129 - 130.

[ 3 ] Dunne J A, Burgess E. The voyage of Mariner 10[J]. National Aeronautics and Space Administration SP, 1978:424.

[ 4 ] Petropoulos A E, Longuski J M, Bonfiglio E P. Trajectories to Jupiter via gravity assists from Venus, Earth, and Mars [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2000, 37 (6): 776 - 783.

[ 5 ] Sims J A, Staugler A J, Longuski J M. Trajectory options to Pluto via gravity assists from Venus, Mars, and Jupiter[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1997, 34(3):347 - 353.

[ 6 ] Kawaguchi J, Takiura K, Matsuo H. On the optimization and application of electric propulsion to Mars and sample and

- return mission[J]. *Spaceflight mechanics*, 1994;539 - 556.
- [7] Thorne J D, Hall C D. Minimum-time continuous-thrust orbit transfers [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1997,45(4):411 - 432.
- [8] Kluever C A. optimal low-thrust interplanetary trajectories by direct method techniques [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1997,45(3):247 - 262.
- [9] Kechichian J A. Low-thrust trajectory optimization based on epoch eccentric longitude formulation [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1999,36(4):543 - 553.
- [10] Coverstone-Carroll V, Williams S N. Optimal low thrust trajectories using differential inclusion concepts[J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1994,42:379 - 393.
- [11] Betts J T. Survey of numerical methods for trajectory optimization [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998,21(2):193 - 207.
- [12] Petropoulos A E, Longuski J M, Vinh N X. Shape-based analytic representations of low-thrust trajectories for gravity-assist applications[J]. *Astrodynamics* 1999, 2000:563 - 581.
- [13] McConaghy T T, Debban T J, Petropoulos A E, et al. Design and optimization of low-thrust trajectories with gravity assists[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2003, 40(3):380 - 387.
- [14] Petropoulos A E, Longuski J M. Shape-based algorithm for the automated design of low-thrust, gravity assist trajectories [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2004, 41 (5): 787 - 796.

作者简介:

张泽旭(1971—),男,教授,博士生导师,主要研究方向:深空探测自主导航技术,深空探测轨道设计、分布式控制、图像理解、系统仿真和虚拟现实仿真。

通信地址:哈尔滨工业大学科学园 3030 信箱(150080)

E-mail:zexuzhang@hit.edu.cn

郑博(1989—),男,硕士研究生,主要研究方向:深空探测轨道设计。

通信地址:哈尔滨工业大学科学园 3030 信箱(150080)

E-mail:zhengboh@163.com

## A Novel Initial Design for Low-Thrust Transfer Trajectories Using Gravity-Assist

ZHENG Bo, ZHANG Zexu, ZHOU Hao, JIE Zhaobin, CUI Hutao

(Deep Space Exploration Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

**Abstract:** In this paper, an initial design method of low thrust transfer trajectories using gravity-assist based on exponential sinusoid function is introduced. Firstly, the exponential sinusoid function is established under polar coordinates to simulate the low thrust transfer trajectories. All the parameters of the transfer trajectories can be described by flight-path-angle and winding parameter. Secondly, the parameters of transfer trajectories are discretely processed with constraints, and then obtaining the intersection points of transfer trajectories with target's projected trajectories to get the polar angle to the target trajectory. The rest parameters based on exponential sinusoid can also be obtained, so that we can get the initial design parameters of low thrust transfer trajectory. Finally, the Earth-Jupiter low thrust transfer trajectory using gravity-assist by Mars is designed. The simulation results show that the method is able to search out the initial design parameters of low-thrust transfer trajectory quickly and accurately.

**Key words:** low-thrust transfer trajectory; gravity-assist trajectory; projected trajectory; exponential sinusoid; trajectory initial design

[责任编辑:高莎]